

# АВТОМАТИЧЕСКАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПАРКОВКА КОЛЕСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ПЛАТФОРМ ПОД УПРАВЛЕНИЕМ ПРОГНОЗИРУЕМОГО КОНТРОЛЛЕРА С ДАТЧИКОМ КРИВИЗНЫ

Хаблов Д.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия  
dkhablov@mail.ru

*Аннотация. В работе исследуется система автоматического управления для параллельной парковки колесного транспорта в системе роботизированных транспортных комплексов. Система использует модуль прогнозируемого контроллера с планировщиком траектории и модулем для измерения текущей кривизны. Планируемый путь модуль формирует в виде массива значений кривизны в зоне парковки, данные о прогнозируемом горизонте получает от видеокамеры, а результат движения получает от датчика кривизны траектории. Датчик кривизны использует измерение скоростей задних колес транспортной платформы микроволновыми доплеровскими датчиками.*

*Ключевые слова: модуль предиктивного управления, функция кривизны, рулевой угол, угол рысканья, эффект Доплера, микроволновый сенсор.*

## Введение

Роботизированные транспортные комплексы состоят из автономных транспортных платформ (АТП), осуществляющих перевозки и управляющей диспетчерской станцией для постановки задач и планирования пути [1]. Задачей комплекса является перемещение груза из стартового местоположения (точка А) в конечное местоположение (точка Б) в декартовой двумерной системе координат. Таких перемещений может быть несколько по маршруту с последующим возвращением обратно. Автономные транспортные средства двигаются по оптимальному маршруту, рассчитанному с учетом карты местности, габаритов АТП, автономных средств навигации, детекторов препятствия на основе лазерных дальномеров и видеокамер. При этом при планировании пути следует учитывать много специфических параметров, поэтому невозможно ограничиться созданием массива путевых точек с прямыми соединительными линиями между ними. В реальности АТП приходится двигаться в рабочей области при наличии препятствий в виде других транспортных средств, колон, столбов, и др. Для этого АТП должно совершать маневры с резкими поворотами, в том числе с движением задним ходом. Поэтому для управления необходимо принимать меры для сглаживания опорного маршрута, удобства использования навигации и кинематических возможностей транспортной платформы [2].

Во время работы управляющие команды контроллера поступают после сравнения текущих координат  $x$ ,  $y$  и угла рыскания  $\theta$  с эталонными координатами, согласно оптимальной траектории в соответствующий момент времени. Обычно эти задачи решает модуль предиктивного (прогнозного) управления (МРС) [3] на основе линейно-квадратичного регулирования (LQR) [4], как например, по следованию автономного транспорта по заданному маршруту в складском помещении [5]. Модуль решает системы нелинейных уравнений с дополнительными непостоянными параметрами и ограничениями [6]. При этом управление происходит по двум входным и выходным параметрам – боковому отклонению от эталонной кривой и скорости угла рыскания. Поэтому подобные задачи сравнительно легко решаются при малых изменениях угла рыскания и сильно усложняются при больших угловых изменениях во время резких поворотов и смены направления движения, как например при парковке. Применение адаптивных процедур линеаризации нелинейных участков пути кардинально не решает проблему и требует дополнительных специфических ограничений для конкретных задач.

По условиям организации перевозок АТП должно парковаться определенным образом для того чтобы было удобно осуществлять погрузочно-разгрузочные работы и не мешать при этом движению других транспортных средств. Самым распространенным и удобным способом для промежуточных пунктов погрузки-выгрузки служит параллельная парковка, которая в отличие от перпендикулярной парковки требует более тщательного маневрирования. Поэтому на неё необходимо обратить более пристальное внимание.

В работе мы рассматриваем в качестве автономной транспортной платформы автомобиль, использующий четырехколесную схему управления Аккермана [7], работающий на электрическом дифференциальном приводе или на двигателе внутреннего сгорания. В этом случае при повороте на некоторый рулевой угол  $\delta$  все четыре колеса АТП будут двигаться по окружностям из одного центра. Это приводит к возможности использовать для описания эталонного маршрута на наиболее сложных

участках траектории, как например, на парковках, функцию кривизны  $\rho$ . Тогда при осуществлении непосредственного измерения текущей кривизны движения транспортного средства, значительно упрощается процедура генерации управляющих сигналов МРС для безопасного выполнения сложного автономного маневра, как например, в случае параллельной парковки. Таким образом, возникает целесообразность разработки модуля предиктивного управления с использованием функции кривизны траектории. В дальнейшем появляется возможность для АТП определенных габаритов заранее рассчитать и записать серию маршрутов, например, для параллельной парковки в зависимости от начальной точки при входе в зону паркинга.

Данный МРС должен выполнять расчет управляющих сигналов обычным способом при движении по пути с малыми углами рыскания, когда функция кривизны близка к нулю, в тоже время при попадании в зону паркинга в работу автоматически включается функция кривизны. Задача упрощается тем, что текущую кривизну для сравнения с эталонной кривизной, взятой из базы паркинга, можно напрямую измерить с помощью микроволновых доплеровских датчиков [8].

В работе ставится задача исследования работы контроллера автономного транспортного средства для движения по оптимальному маршруту на основе модуля предиктивного управления с использованием функции кривизны пути следования при выполнении маневра параллельного паркинга.

## 1. Создание эталонной траектории на основе функции кривизны

В общем случае эталонный (опорный) путь АТС рассчитывается модулем планирования пути для прогнозируемого управления в виде массива точек с координатами  $x_{ref}$ ,  $y_{ref}$  и угла рыскания  $\theta_{ref}$ , соединенных между собой прямыми линиями. Однако в реальности из-за кинематических особенностей колесных транспортных средств, ограничений по рулевым углам и габаритам, траекторию приходится сглаживать, например, с помощью кубических сплайнов. При некоторых сложных оптимизационных задачах планирования в условиях стесненных пространств, например, при параллельной парковке, удобно представлять траекторию в виде непрерывной функции кривизны:

$$\rho = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \Delta\theta/\Delta s = d\theta/ds. \quad (1)$$

Учитывая, что  $\tan\theta = dy/dx$ ,  $\theta = \arctg(dy/dx)$ , после дифференцирования (1) по  $s$ , получим выражение для функции кривизны траектории  $\rho$ :

$$\rho = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (2)$$

Кривизна будет либо положительной, либо отрицательной, в зависимости от знака второй производной в числителе функции (2), т.е. будет ли кривая вогнута вверх или она будет вогнута вниз, а в точке перегиба  $d^2y/dx^2 = 0$ .

Если траектория задана уравнениями в параметрической форме:

$$x = \varphi(t), y = \psi(t),$$

то имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\psi/dt}{d\varphi/dt} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d^2\psi}{dt^2} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d^2\varphi}{dt^2} \frac{d\psi}{dt}}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2} \quad (3)$$

Подставляя выражения (3) в уравнение (2), получим:

$$\rho = \frac{\frac{d^2y}{dx^2} \frac{dy}{dx} - \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dy}{dt}}{\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (4)$$

Если обратиться к определению кривизны в точке траектории, то из нее следует, что обратная ей величина является производной пройденного пути от углового перемещения или радиусом кривизны в этой точке  $R = 1/\rho$ . Тогда из (2), (3) и (4) получим выражения для радиуса кривизны в обычном и параметрическом виде, соответственно:

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad R = \frac{\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2} \frac{dy}{dx} - \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dy}{dt}} \quad (5)$$

Окружность с радиусом кривизны  $R$  описывается уравнением:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2, \quad (6)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно координаты  $x$  и  $y$  центра окружности кривизны. С другой стороны, из геометрических соображений следует:

$$(x - \alpha) + (y - \beta) \frac{dy}{dx} = 0 \quad (7)$$

Если совместно решить уравнения (6) и (7) с учетом (5), при условии  $d^2y/dx^2 \neq 0$  получим значения координат центра окружности с радиусом кривизны  $R$ :

$$\alpha = x - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] \frac{dy}{dx}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \beta = x - \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad (8)$$

Для кривой, описывающей траекторию  $P(x, y)$ , построим кривую центров её радиусов кривизны  $R - P(\alpha, \beta)$ , согласно (8) (см. Рис. 1). Эта кривая называемая эволютой в каждой точке перпендикулярна к касательной в соответствующей точке траектории, называемой инвалютой в этом случае. Продифференцировав выражения (8) по  $x$  и выполнив преобразования получим:

$$d\beta/dx = -dx/dy$$

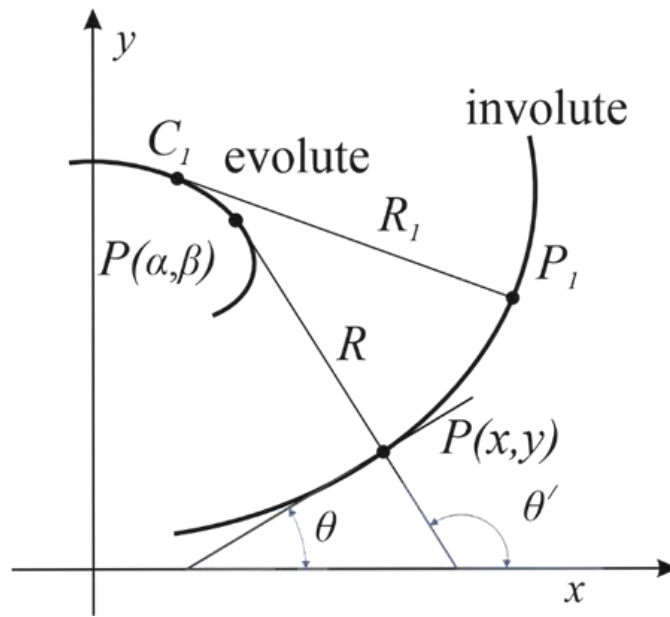


Рис. 1. Траектория кривой – инвалюты и её эволюта

Это уравнение выразим через тангенсы углов  $\theta$  и  $\theta'$ , как показано на Рис. 2:

$$\operatorname{tg} \theta = -1/\operatorname{tg} \theta' \quad (9)$$

Таким образом, исходя из формул (1), (5), (9) и Рис. 1 следует, что и  $P(x, y)$  может быть выражена через функцию  $R(x)$  или  $\rho(x)$ . То есть, массив путевых точек траектории  $[x_i, y_i, \theta_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  на некоторых участках с заметной кривизной можно параллельно заменить массивом  $[\rho_i]$ .

Поэтому при планировании оптимального пути для работы модуля предиктивного управления логично использовать массив путевых радиусов кривизны для более быстрого и точного формирования управляющих сигналов рулевого управления. В этом случае вместо управления по двум параметрам координатам –  $x$  и  $y$ , или вектором  $(p, \theta)$ , где  $p = (x^2 + y^2)^{1/2}$  – модуль, можно использовать управление по одному параметру  $R$  или  $\rho$ .

## 2. Модули системы автономного управления параллельной парковки с использованием функции кривизны

### 2.1. Модуль прогнозного управления

В управлении автономным транспортным средством используется модуль прогнозного управления МРС, который генерирует управляющие сигналы для его динамической системы (см. Рис. 2). Этими сигналами являются ускорение или скорость и рулевой угол. Для электрокаров оба параметра определяются токами обмотки роторов правого и левого колес дифференциального заднего привода. Для автомобилей с двигателем внутреннего сгорания это регулирование заслонки подачи топлива плюс торможение и собственный рулевой угол. На вход модуля МРС непрерывно подаются сигналы от генератора опорного пути и сигналы от датчиков, оценивающих реальное перемещение АТП и прогнозируемое положение в ближайшем будущем в течение некоторого горизонта времени. Получая эти данные в непрерывном режиме с заданной дискретностью, МРС решает нелинейные дифференциальные уравнения системы состояния АТП с учетом его динамических свойств. При этом используется алгоритм среднеквадратичной оптимизации. Опорной траекторией может быть план пути для передвижения по складу с учетом вероятных препятствий для прохождения узких мест или по парковке с ограниченной площадью для маневрирования. На сложных участках план корректируется с помощью визуальных и лазерных сенсоров. Движение транспортного средства АТП можно описать с помощью следующих уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= v_r \sin \theta \\ \dot{y}_r &= v_r \cos \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v_r}{L} \delta\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь  $x_r$ ,  $y_r$  обозначает позицию транспортного средства по центру задней оси,  $\theta$  – угол рыскания или угол положения АТП в глобальной системе координат.  $[x_r, y_r, \theta]$  являются переменными состояния для функции состояния транспортного средства. Продольная скорость  $v_r$  и рулевой угол поворота колеса  $\delta$  являются управляющими переменными для функции состояния транспортного средства. Константа  $L$  – это база транспортного средства (расстояние между передней осью и задней осью автомобиля).

Модуль прогнозируемого управления является оптимальным средством для управления движением по заданной траектории с учетом ограничений, поскольку управление осуществляется по одному параметру – рулевому углу и не зависит от скорости.

### 2.2. Динамический блок системы управления

Блок осуществляет управление движением транспортного средства, используя сигналы рулевого управления и скорости (см. Рис. 2). На своем выходе блок формирует сигналы обратной связи своего перемещения, которые используются в системе управления для движения по заданному пути. В предлагаемой системе управления это сигналы доплеровских СВЧ датчиков задних колес АТП.

### 2.3. Модуль измерения динамических параметров движения АТП

Этот модуль предназначен для вычисления основных параметров движения транспортного средства – скорости, угла рыскания и кривизны по показаниям линейных скоростей его задних колес (см. Рис. 2).

В кинематической модели колесного транспортного средства при повороте все колеса описывают окружности из единого центра с разными радиусами. Отсюда получим следующие формулы для скоростей левого  $v_L$  и правого  $v_R$  заднего колеса транспортного средства, выраженные через радиус центра задней оси  $R$  (радиуса кривизны), скоростью угла рыскания  $\dot{\theta}$  и расстояния между колесами  $W$  (колеёй):

$$\begin{aligned}v_L &= \dot{\theta} \left( R - \frac{W}{2} \right) \\ v_R &= \dot{\theta} \left( R + \frac{W}{2} \right)\end{aligned}$$

Из этих уравнений можно найти выражение для радиуса текущей кривизны траектории  $R$  и скорости угла рыскания  $\dot{\theta}$ , с учетом того, что

$$v_r = (v_R + v_L)/2 \quad (11)$$

получаем выражение для скорости угла рыскания и радиуса кривизны:

$$\dot{\theta} = (v_R - v_L)/W \quad R = v_r/\dot{\theta} \quad (12)$$

Отсюда следует выражение для кривизны:

$$\rho = 1/R = \dot{\theta}/v_r = d\theta/ds \quad (13)$$

Следует отметить, что эта формула совпадает с определением с функцией кривизны (1). Также из уравнений (10-13) следует выражение для вычисления рулевого угла через кривизну:

$$\delta = \arctg(L\dot{\theta}/v_r) = \arctg(\rho L) \quad (14)$$

Таким образом, для измерения текущей кривизны в модуле и других динамических параметров достаточно определить скорости левого и правого заднего колеса, из уравнений (12) и (13) следует:

$$\rho = 2(v_R - v_L)/W(v_R + v_L) \quad (15)$$

Для этой цели над задними колесами транспортного средства расположены СВЧ доплеровские датчики с антеннами, направленными обратно прямому направлению движения под одинаковыми углами  $\alpha$  к дороге. При этом доплеровские частоты датчиков правого и левого колеса  $f_R$  и  $f_L$  будут пропорциональны их линейным скоростям, согласно уравнениям:

$$f_{R,L} = 2v_{R,L}\cos\alpha/\lambda_0$$

Здесь  $\lambda_0 = c/f_0$  – длина волны электромагнитных колебаний,  $c$  – скорость света,  $f_0$  – частота несущей СВЧ генератора датчика. Соответственно, скорости колес  $v_R$  и  $v_L$  будут выражены уравнениями:

$$v_{R,L} = f_{R,L}\lambda_0/2\cos\alpha \quad (16)$$

В результате подстановки уравнений для скоростей  $v_L$  и  $v_R$  заднего колеса (16) в (12) и (15), получим выражение для кривизны и радиуса кривизны через доплеровские частоты датчиков  $f_R$  и  $f_L$ :

$$\rho = 2(f_R - f_L)/W(f_R + f_L) \quad R = W(f_R + f_L)/2(f_R - f_L) \quad (17)$$

Следует отметить независимость измеренной кривизны от длины волны несущей  $\lambda_0$  и угла  $\alpha$ .

Таким образом модуль измерения с использованием СВЧ датчиков обеспечивает точное мгновенное измерение одновременно скорости, угла рыскания и кривизны, используя для этого лишь частоты двух датчиков.

#### 2.4. Модуль планирования пути

Особо важные функции в системе управления выполняет блок планирования пути (см. рис. 2). Сначала контроллер блока создает в рабочей области бинарное пространство с двумя состояниями – где может находиться данное АТП с его габаритами и где не может. Необходимые данные модуль получает из общего плана местности, координат стартовой и финишной точки маршрута и от модуля визуализации. Затем полученное пространство он заполняет сетью из соединенных между собой узлов, рассеянных произвольным вероятностным способом. После этого модуль ищет оптимальный путь через выбранные узлы, создавая дерево связанных между собой позиций транспортного средства, исключающих столкновение, и соединяет позиции между собой от стартовой точки до конечной точки с обеспечением кинематической осуществимости. В результате модуль формирует массив путевых точек. При этом с увеличением числа узлов растет точность оптимизации пути, но также увеличивается и время вычисления в МРС при планировании пути и при движении. Это приводит к замедлению скорости и поиску компромисса. Особенно тщательно следует планировать места промежуточных парковок для погрузки или выгрузки. Как правило, это парковки параллельного типа, которые являются наиболее удобными для выгрузки и не мешают движению другого транспорта, хотя при этом используют наиболее сложное маневрирование.

Кроме этого, при движении необходимо учитывать кинематические свойства транспортного средства для облегчения процесса управления. Мы рассматриваем АТП в виде четырехколесного транспортного средства, выполненного по схеме Аккермана. Поэтому необходимо добавить к его габаритам зоны безопасности с учетом поворотов с запасом по радиусам окружностей, поскольку при повороте в каждый момент времени все колеса описывают окружности из единого центра. При выполнении маневров для парковки в ограниченном пространстве системе автономного управления приходится выполнять несколько поворотов прямым и обратным ходом. В этом случае модуль использует радиус кривизны траектории для обозначения и контроля пути следования.

Запланированный путь, состоящий из массива полученных путевых точек, должен быть сглажен с учетом возможностей прохождения изгибов дорог и обхода препятствий, сохраняя плавность хода и безопасность от столкновений. Для этого модуль применяет аппроксимацию кубическим сплайном. В этом случае обеспечивается непрерывность дифференцирования, что необходимо для вычисления кривизны и радиуса кривизны (4) и (5). Таким образом для зоны парковки модуль преобразует эталонную траекторию в виде массива значений кривизны  $[\rho_i]$ .

Использование кривизны в планировании траектории позволяет наиболее точно учитывать кинематические свойства АТП.

### 3. Структурная схема системы автономного управления

Структурные связи описанных выше модулей и блоков представлены на Рис. 2. На модуль прогнозного управления приходят сигналы кривизны прогнозируемой опорной траектории и измеренной в текущий момент. С выхода сигналы управления поступают на динамический блок. Результат воздействия этих сигналов преобразуется в текущую кривизну и поступают обратно для сравнения в модуль управления. В зависимости от ограничений габаритов и кинематики, модуль планирования ищет оптимальный путь для парковки, а модуль прогнозного управления соответственно ограничивает команды управления, как это показано на Рис. 3. В процессе расчетов при использовании функции кривизны возможно использовать движение как передним, так и задним ходом при отрицательной скорости.

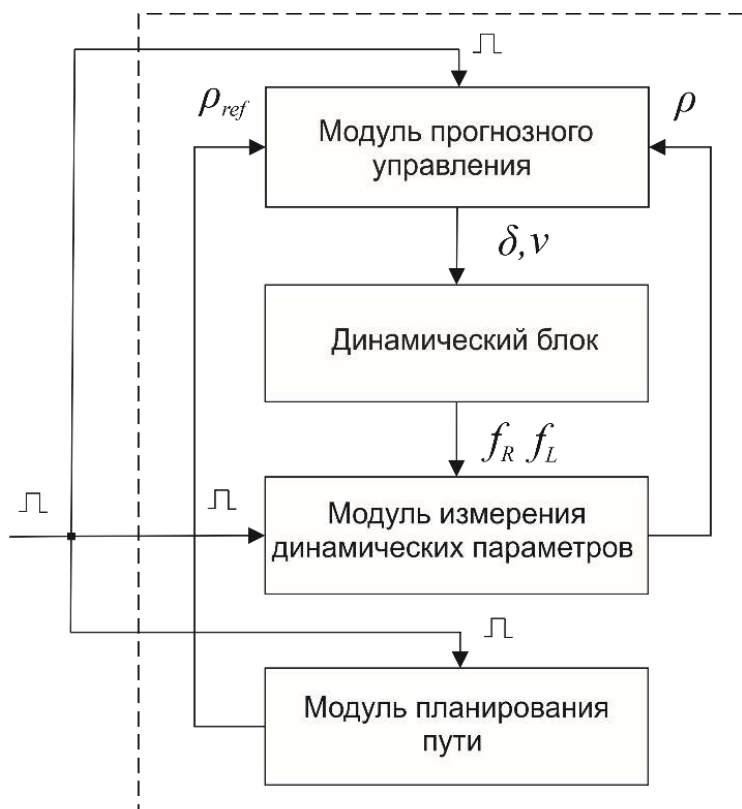


Рис. 2. Структурная схема системы автономного управления парковкой

Вся система автоматической параллельной парковки начинает работу с поступлением контрольного импульса от общей системы управления при достижении контрольной стартовой точки на маршруте движения. При этом система использует оптимальный метод с использованием движения задним ходом.

### 4. Результаты моделирования системы автономного управления

На Рис. 3 представлены результаты моделирования работы системы автоматической параллельной парковки в заранее заданной типовой обстановке в виде бинарной карты от блока визуализации в модуле планирования. Пространство состояний:  $[x, y, \theta] - x_{lim} = [-10 \ 10]$  м,  $y_{lim} = [-2 \ 6]$  м,  $\theta_{lim} = [-\pi, \pi]$ . Габариты АТП:  $L = 4,4$  м,  $W = 2$  м, начальное положение  $[7, 3.1, 0]$  м, время выборки  $T_s = 0,1$  с, горизонт

планирования  $N = 10$ . Ограничения на скорость  $v_{lim} = [-2, 2]$  м/с, ограничения на рулевой угол  $\delta_{lim} = [-\pi/6, \pi/6]$ . Запас расстояния до препятствия – 0,5 м.

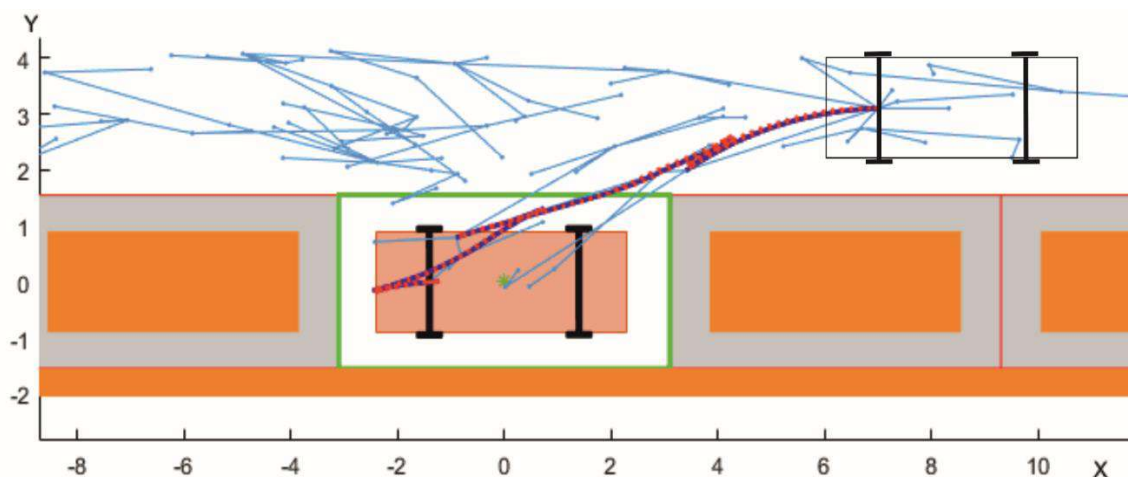


Рис. 3. Результаты моделирования автоматической парковки, непрерывная линия – эталонная траектория от модуля планирования, прерывистая траектория – реальное перемещение

На Рис. 4 приведены результаты вычислений переменных состояния при выполнении маневров автоматической параллельной парковки задним ходом, от стартовой точки до установленного планом места, эталонной кривой и реального перемещения.

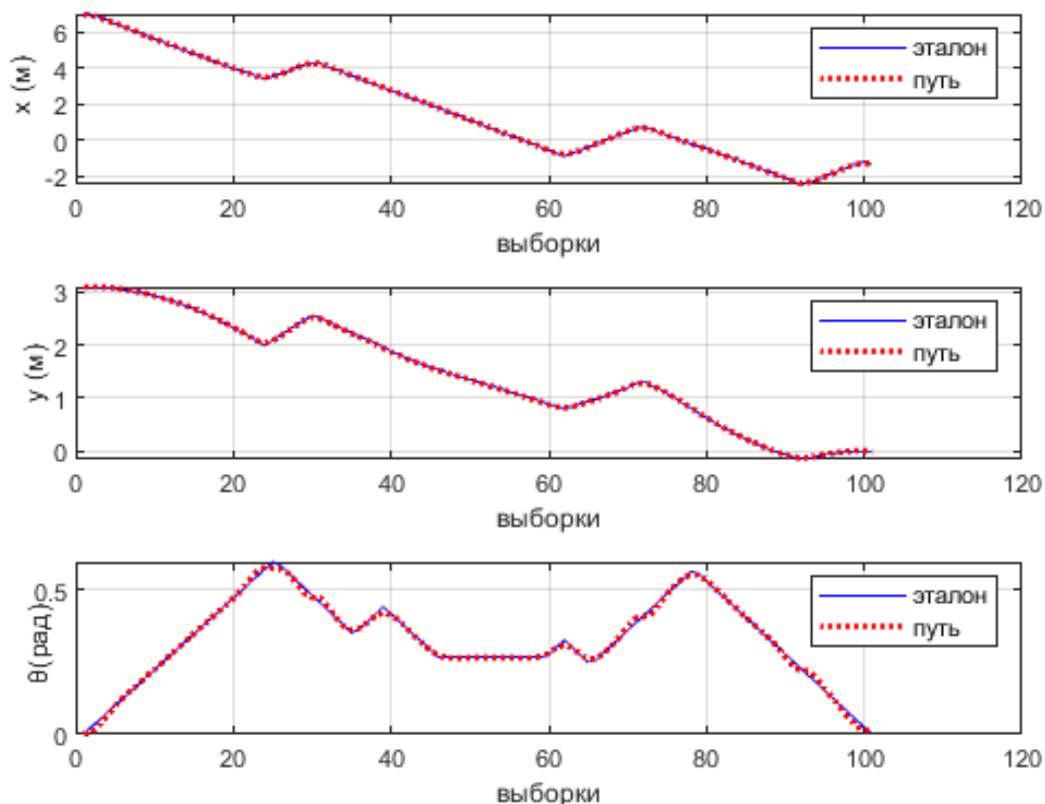


Рис. 4. Переменные состояния при моделировании автоматической парковки

На Рис. 5 показаны управляющие сигналы, рассчитанные модулем MPC для выполнения запланированного маневра параллельной парковки.

## 5. Заключение

Как показали результаты моделирования, система параллельной парковки при использовании управления по кривизне приобрела преимущества перед традиционным управлением по массиву путевых точек.

Система стала иметь возможность планировать плавный подход к точке парковки с учетом кинематических свойств транспортной платформы. Как показано на рисунках 3, 4, 5, для маневра используется три поворота с характерными радиусами кривизны для инвалюты при обратном ходе и три при выходе на другую орбиту при прямом ходе. Движение при постоянном радиусе кривизны происходит при постоянной производной от угла рыскания  $\dot{\theta}$  (см. Рис. 4). В тоже время управление динамическим блоком также происходит по функции кривизны только при использовании подстройки одного параметра – рулевого угла  $\delta$  (см. Рис. 5). При этом значение скорости не влияет на управление согласно (14). Такое управление возможно обеспечить с помощью прямого измерения текущей кривизны с помощью доплеровских СВЧ датчиков колес транспортной платформы.

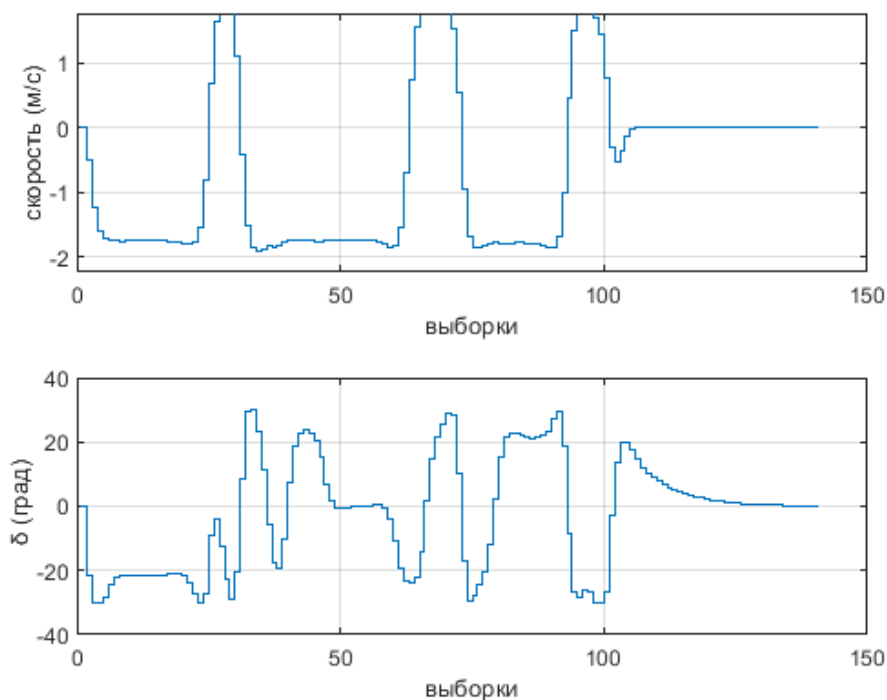


Рис. 5. График изменения управляющих сигналов при моделировании автоматической парковки

Дополнительным преимуществом управления по кривизне является компактность данных для управления маневром в отличие от традиционного подхода. Это дает возможность заранее рассчитывать маневры для большого количества входных позиций парковки и выбирать оптимальную для конкретных условий.

## Литература

1. Buehler Martin, Iagnemma Karl, and Sanjiv Singh. The DARPA Urban Challenge: Autonomous Vehicles in City Traffic. – 1st ed. – Springer Publishing Company, Incorporated, 2009. – 625 p.
2. Schulman John, Duan Y., Ho J., Lee A., Awwal I., Bradlow H., Jia Pan, Patil S., Goldberg K., and Abbeel P. Akers S.B. Motion Planning with Sequential Convex Optimization and Convex Collision Checking // The International Journal of Robotics Research Computers. – 2014. – Vol. 33, № 9. – P. 1251–70.
3. Rawlings J.B., Mayne D.Q., Diehl M. Model Predictive Control: Theory, Computation and Design. – 2nd Edition. – Nob-Hill Publishing, 2020. – 770 p.
4. Scokaert P.O.M. and Rawlings J.B. Constrained linear quadratic regulation // IEEE Trans. Computers. – 1978. – Vol. 43, № 8. – P. 1163–1169.
5. Khablov D.V. Model of a Warehouse Transport Robot with Adaptive Path Planning // Proceedings of the 16th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). – Moscow, 2023. – P. 1–4.
6. Marko L., Klancar G., Skrjanc I., Matko D., Potocnik B. Time Optimal Path Planning Considering Acceleration // Robotics and Autonomous Systems. – 2003. – Vol. 45, № 6. – P. 199–210.
7. Rosmann Christoph, Hoffmann F., and Bertram T. Kinodynamic Trajectory Optimization and Control for Car-like Robots // IEEE / RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Vancouver, BC: IEEE, – 2017. – P. 5681–86.
8. Khablov D.V. Control system for unmanned transport electric vehicles based on microwave Doppler sensors // Measurement Techniques. – 2022. – Vol. 65, № 2. – P. 142–149.