

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РОЯ ЧАСТИЦ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УГЛОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА¹

Максименко М.В., Наумова Н.В., Сахаров В.Ю.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
m.v.maksimenko@spbu.ru, n.v.naumova@spbu.ru, v.sakharov@spbu.ru

Аннотация. Рассматривается задача трехосной электродинамической стабилизации положения космического аппарата (КА), движущегося по околоземной круговой орбите средней высоты с ненулевым наклоном. Для оптимизации подбора коэффициентов усиления управляющих моментов применяется метод роя частиц. Эффективность примененного метода подтверждена компьютерным моделированием.

Ключевые слова: космический аппарат, метод роя частиц, электродинамическая система управления, трехосная стабилизация.

Введение

На движение космического аппарата (КА), оснащенного управляемым собственным магнитным моментом и регулируемым электрическим зарядом влияют крутящие моменты, возникающие в результате его взаимодействия с магнитным полем Земли. Электродинамическая система ориентации КА [1] совместно использует преимущества магнитного момента и момента Лоренца. Метод создания восстанавливающей и диссипативной составляющих магнитного и лоренцева управляющих моментов был разработан в [1]. Электродинамическое управление угловой ориентацией КА [1-4] основано на использовании восстанавливающих компонентов, которые зависят от отклонения КА от программного движения, и диссипативных компонентов, зависящих от относительной угловой скорости КА. С использованием прямого метода Ляпунова в [4] получены достаточные условия асимптотической устойчивости непрямого положения равновесия КА в орбитальной системе координат при возмущающем воздействии гравитационного момента. Однако, ранее не обсуждался подробно вопрос о выборе коэффициентов усиления управляющих моментов, поэтому цель этого исследования – предложить способ оптимизации выбора этих коэффициентов с помощью метода роя частиц.

1. Математическая модель задачи

Рассматривается КА, движущийся по кеплеровой круговой орбите произвольного наклона в гравитационном и магнитном полях Земли. Решается задача стабилизации главных центральных осей инерции КА Cx_{uz} относительно осей орбитальной системы координат $C\xi\eta\zeta$ с ортами $\vec{\xi}_0, \vec{\eta}_0, \vec{\zeta}_0$ в целевом положении, определяемом значением A_0 направляющих косинусов между осями $C\xi\eta\zeta$ и Cx_{uz} . В “самолетных” углах ориентации целевое положение определяется значениями

$$\varphi = \varphi_0, \theta = \theta_0, \psi = \psi_0, \vec{\omega}' = \vec{0}, \quad (1)$$

где $\vec{\omega}'$ – угловая скорость движения КА относительно системы координат $C\xi\eta\zeta$.

2. Электродинамическая система управления

Электродинамическая система управления угловым движением КА базируется на использовании управляющих моментов:

$$\vec{M}_L = (\vec{P}_{rest} + \vec{P}_{diss} + \vec{P}_{comp}) \times \vec{T}, \quad \vec{M}_M = (\vec{I}_{rest} + \vec{I}_{diss} + \vec{I}_{comp}) \times \mathbf{A}^T \vec{B},$$

где \vec{B} – вектор индукции геомагнитного поля, заданный в системе $C\xi\eta\zeta$, $\vec{T} = \mathbf{A}^T (\vec{v}_C \times \vec{B})$, \vec{v}_C – скорость центра масс КА относительно Земли, вращающейся с угловой скоростью $\vec{\omega}_E$, $\vec{P}_{rest}, \vec{P}_{diss}, \vec{P}_{comp}$ – соответственно восстанавливающая, диссипативная и компенсирующая составляющие управляемого вектора $\vec{P} = Q\vec{CO}$, причем Q – электростатический заряд КА, O – центр заряда КА, $\vec{I}_{rest}, \vec{I}_{diss}, \vec{I}_{comp}$ – соответственно восстанавливающая, диссипативная и компенсирующая составляющие вектора управляемого собственного магнитного момента \vec{I} .

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-41-02031, <https://rscf.ru/project/24-41-02031/>

Движение КА описывается системой дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{J}\vec{\omega}) + \vec{\omega} \times (\mathbf{J}\vec{\omega}) = \vec{M}_{GR} + \vec{M}_L + \vec{M}_M,$$

$$\frac{d\vec{\xi}_0}{dt} = \vec{\xi}_0 \times \vec{\omega} - \omega_0 \vec{\xi}_0, \quad \frac{d\vec{\eta}_0}{dt} = \vec{\eta}_0 \times \vec{\omega}, \quad \frac{d\vec{\zeta}_0}{dt} = \vec{\zeta}_0 \times \vec{\omega} + \omega_0 \vec{\xi}_0.$$

Здесь $\mathbf{J} = \text{diag}(A, B, C)$ – тензор инерции КА, $\vec{\omega} = \vec{\omega}' + \omega_0 \vec{\eta}_0$ – абсолютная угловая скорость КА, $\vec{M}_{GR} = 3\omega_0^2 (\mathbf{A}^T \vec{\zeta}_0) \times (\mathbf{J} \mathbf{A}^T \vec{\zeta}_0)$ – гравитационный момент. После компенсации гравитационного момента и возмущающих компонент инерционных членов динамических уравнений, получим

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \mathbf{J}[(\vec{\omega}' + \omega_0 \vec{\eta}_0)] + (\vec{\omega}' + \omega_0 \vec{\eta}_0) \times (\mathbf{J}\vec{\omega}') + \omega_0 \vec{\omega}' \times (\mathbf{J}\vec{\eta}_0) = \\ & = Qk_L \vec{T}_0 \times \vec{T} + Qh_L (\vec{\omega}' \times \vec{T}) \times \vec{T} + k_M \vec{B}_0 \times (\mathbf{A}^T \vec{B}) + h_M (\vec{\omega}' \times \mathbf{A}^T \vec{B}) \times (\mathbf{A}^T \vec{B}). \end{aligned}$$

Скалярные коэффициенты k_L , h_L , k_M , h_M находятся в нашем распоряжении и могут быть найдены, исходя из критериев оптимальности управления. В данной работе для отыскания этих коэффициентов применяется метод роя частиц.

3. Метод роя частиц

Метод роя частиц относится к стохастическим алгоритмам с одновременным поиском решения сразу по всей области допустимых значений. При решении многих прикладных задач приходится иметь дело с оптимизацией многопараметрических функций с несколькими локальными экстремумами. В этом случае градиентные алгоритмы не гарантируют наилучшего решения, в то время как метод роя частиц позволяет найти глобальный экстремум [5].

Каждая частица в рое содержит четыре неизвестных коэффициента усиления: k_L , h_L , k_M , h_M . В качестве промежуточных, в которых они находятся, используются значения, которые, с одной стороны, обеспечивают асимптотическую устойчивость программного движения КА, а с другой стороны, реализуют электродинамическую систему с управляющими моментами, не превосходящими по величине гравитационного момента, как наибольшего из возмущающих.

На каждой итерации метода выполняется расчет значения функционала Φ , содержащего в себе квадрат отклонения реального значения кватерниона ориентации от его программного значения и квадрат относительной угловой скорости:

$$\Phi = \int_0^{25} [(\lambda_0^{real} - \lambda_0^{prog})^2 + (\lambda_1^{real} - \lambda_1^{prog})^2 + (\lambda_2^{real} - \lambda_2^{prog})^2 + (\lambda_3^{real} - \lambda_3^{prog})^2 + (\omega')^2] du.$$

Далее полученное значение функционала сравнивается с наименьшим его значением $pbest_i$ для i -ой частицы, а также с наименьшим значением $gbest$ для всего роя. Корректировка скорости каждой частицы выполняется по формуле:

$$v_i^{t+1} = \omega_{in} \cdot v_i^t + c_{cogn} r_1 (pbest_i - x_i^t) + c_{soc} r_2 (gbest - x_i^t),$$

где коэффициенты ω_{in} , c_{cogn} , c_{soc} выбираются согласно рекомендациям, данным в работах [6, 7], а величины r_1 и r_2 определяются случайным образом из промежутка $[0, 1]$. Затем происходит коррекция положения частицы по формуле $x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}$ и проверка попадания частицы в заданную область 4-мерного пространства. Краткая блок-схема алгоритма метода роя частиц представлена на рис. 1.

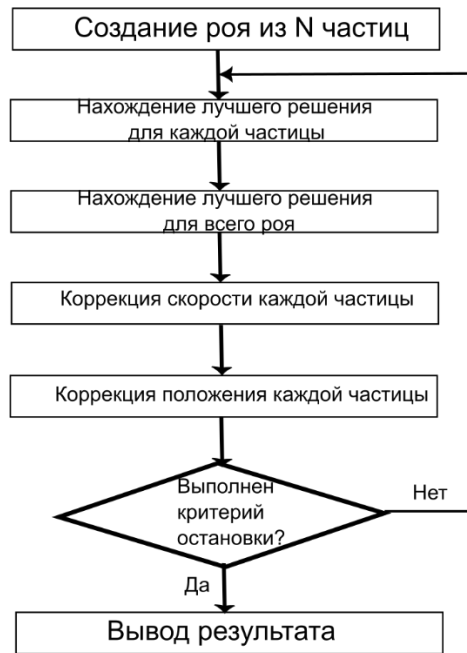


Рис. 1. Блок-схема алгоритма метода роя частиц

Критерием остановки может быть выбрано, например, условие попадания некоторого числа частиц в окрестность глобального минимума или стагнация функционала.

4. Компьютерное моделирование

Рассмотрим пример подбора коэффициентов усиления для обеспечения программного движения (*), заданного следующими значениями параметров Родрига-Гамильтона $\lambda_i, i = 0, \dots, 3$ и относительной угловой скорости $\vec{\omega}^i$:

$$\lambda_0^{prog} = 0.9375, \lambda_1^{prog} = 0.035, \lambda_2^{prog} = 0.3071, \lambda_3^{prog} = 0.1599, \vec{\omega}^i = \vec{0}.$$

Начальные значения λ_i и проекций безразмерной абсолютной угловой скорости:

$$\lambda_0^0 = 0.9938, \lambda_1^0 = -0.0997, \lambda_2^0 = 0.0497, \lambda_3^0 = 0.005, \Omega_{x0} = 0.3, \Omega_{y0} = 1.1, \Omega_{z0} = 0.5. \quad (2)$$

Значения параметров КА и орбиты приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров КА и орбиты для численного эксперимента

Величина	Q , Кл	A , кг·м ²	B , кг·м ²	C , кг·м ²	i , °	R , км	ω_0 , рад/с
Значение	0.005	1000	1200	800	30	7000	0.0011259

Метод роя частиц был применен с размером роя 20 частиц и 350 итераций. Границы промежутков для коэффициентов k_L, h_L, k_M, h_M и их “скоростей” $v_{kl}, v_{hl}, v_{km}, v_{hm}$ приведены в таблице 2. На рис. 2-5 представлены результаты работы алгоритма метода.

Таблица 2. Границы промежутков для коэффициентов k_L, h_L, k_M, h_M и их “скоростей” $v_{kl}, v_{hl}, v_{km}, v_{hm}$

Коэффициент усиления	k_L	h_L	k_M	h_M	v_{kl}	v_{hl}	v_{km}	v_{hm}
Минимальное значение	0.0	500.0	$1.0 \cdot 10^6$	$0.5 \cdot 10^9$	0.0	75	$0.15 \cdot 10^6$	$0.075 \cdot 10^9$
Максимальное значение	50.0	3500.0	$7.0 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^9$	7.5	525	$1.05 \cdot 10^6$	$0.525 \cdot 10^9$

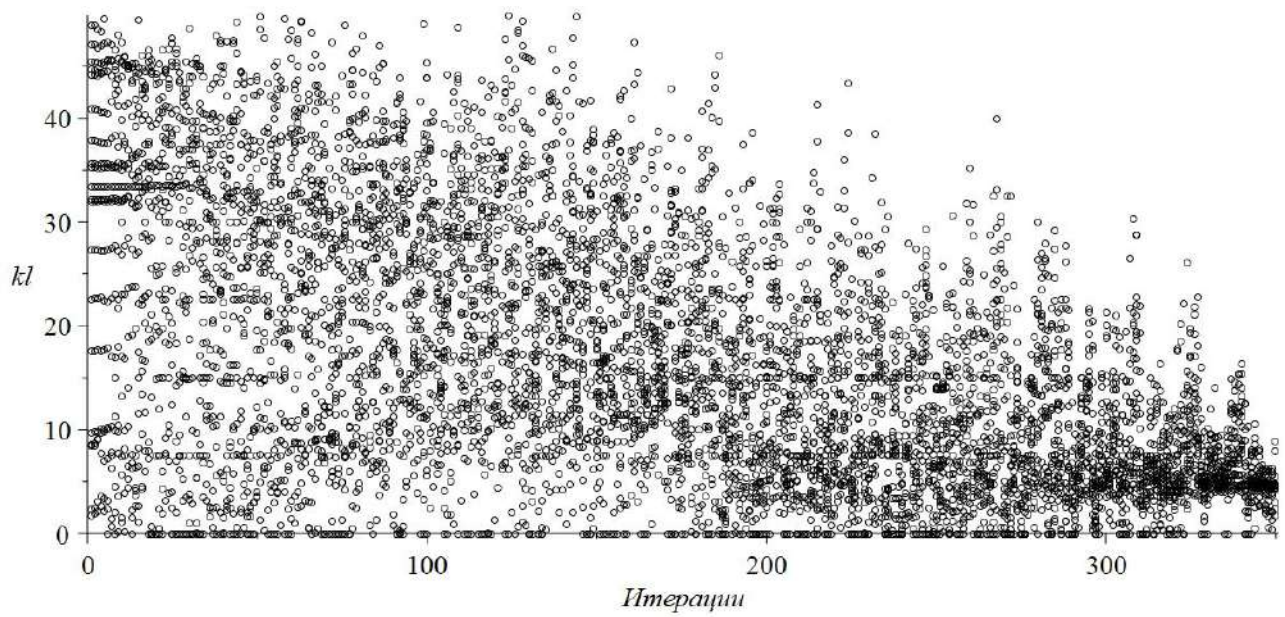


Рис. 2. Применение метода роя частиц для определения коэффициента k_L

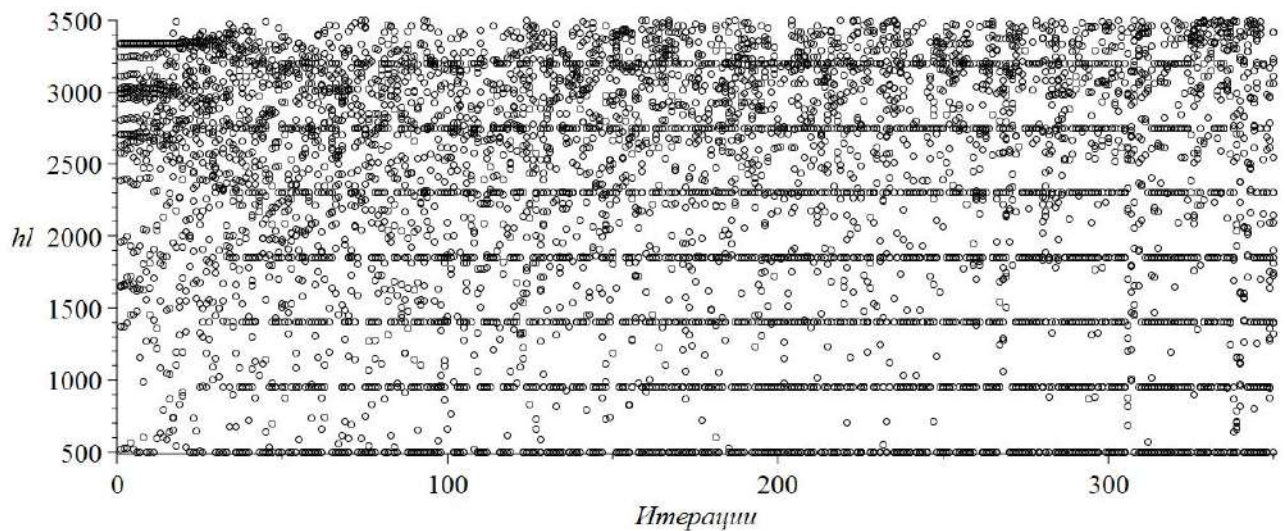


Рис. 3. Применение метода роя частиц для определения коэффициента h_L

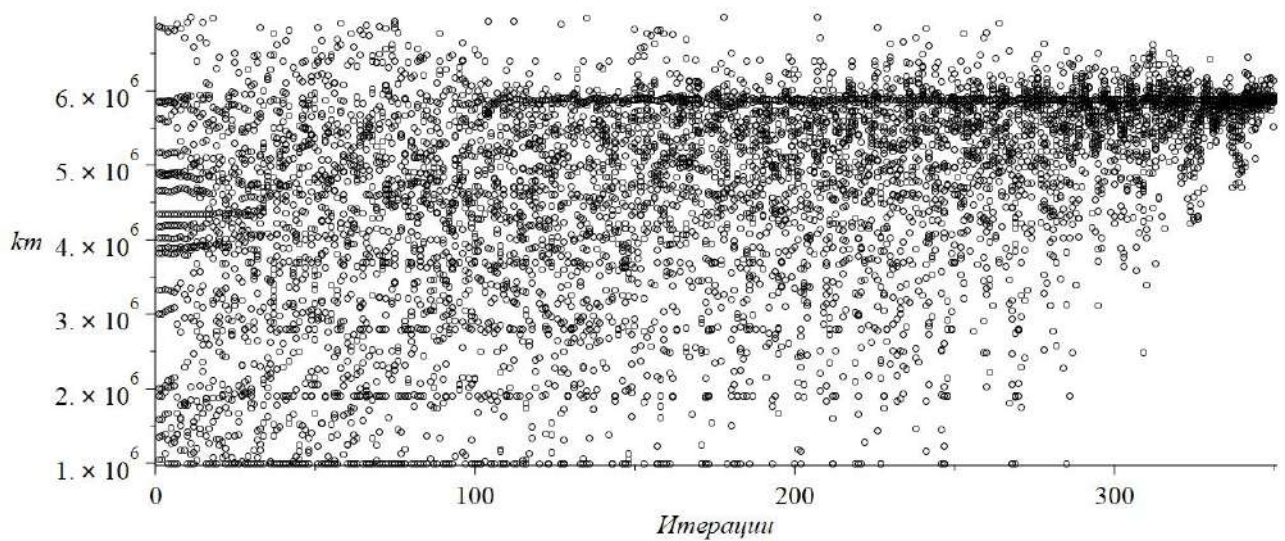


Рис. 4. Применение метода роя частиц для определения коэффициента k_M

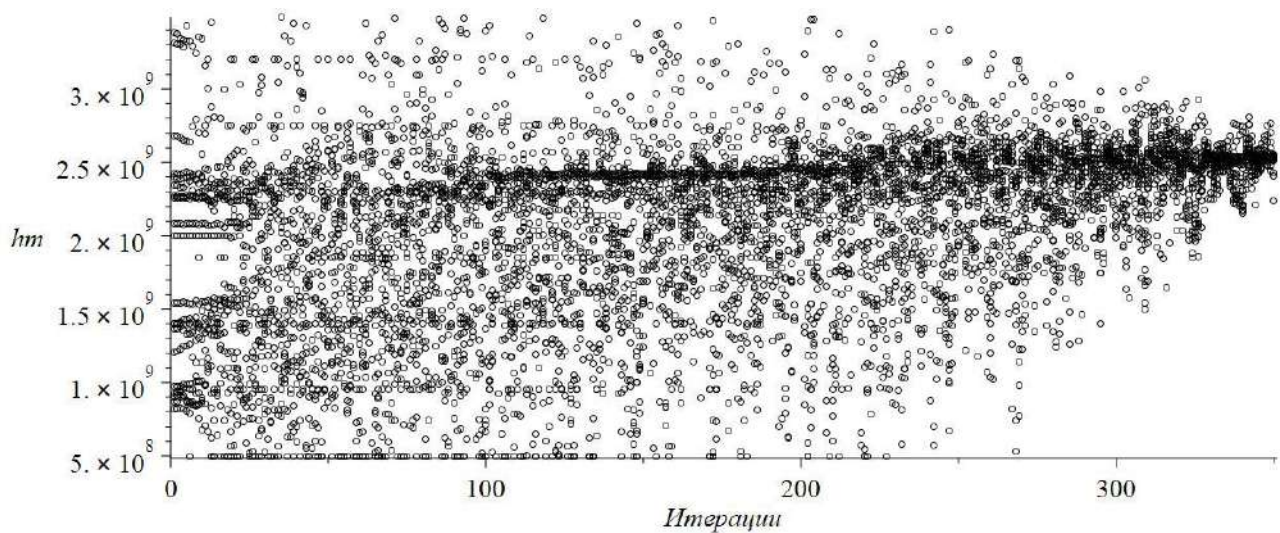


Рис. 5. Применение метода роя частиц для определения коэффициента h_M

Анализ графиков на рис. 2-5 показывает, что с течением времени значительная часть роя располагается в окрестности оптимального значения для коэффициентов k_L , h_L , k_M , h_M соответственно. Окончательно, были выявлены следующие значения для них:

$$k_L = 4.5961, \quad h_L = 3499.3839, \quad k_M = 5.883 \cdot 10^6, \quad h_M = 2.5376 \cdot 10^9.$$

На рис. 6 показан процесс стабилизации углового положения КА с заданными начальными условиями (2). Пунктирными линиями выделено решение с коэффициентами усиления, определенными в работе [4], а сплошной линией – с коэффициентами, выбранными методом роя частиц. По оси абсцисс откладывается безразмерное время $u = \omega_0 t$.

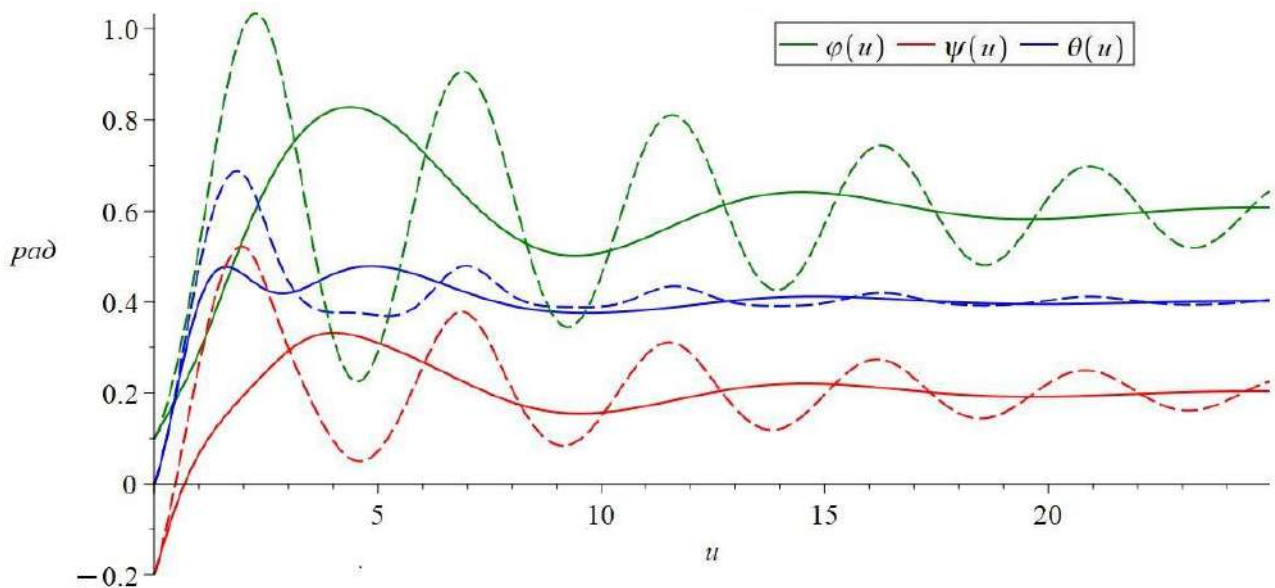


Рис. 6. Переходный процесс стабилизации КА при различном выборе коэффициентов k_L , h_L , k_M , h_M (пунктирная линия – согласно работе [4], сплошная – с помощью метода роя частиц)

Таким образом, проведенный численный эксперимент демонстрирует эффективность оптимизации подбора коэффициентов усиления управляющих моментов методом роя частиц.

5. Заключение

Изучены вопросы оптимизации управления в нелинейной дифференциальной системе, описывающей процесс угловой стабилизации КА, без ограничений на программные значения углов ориентации и наклонение орбиты КА.

Реализованный в работе метод роя частиц позволяет использовать мультипольную модель магнитного поля Земли любого порядка точности.

Коэффициенты усиления, подобранные с учетом начальных условий движения и заданного программного движения, приводят к снижению амплитуды нежелательных колебаний при переходном процессе угловой стабилизации КА и ускорению сходимости.

Литература

1. *Antipov K.A., Tikhonov A.A.* Parametric control in the problem of spacecraft stabilization in the geomagnetic field // *Autom. Remote Control.* – 2007. – Vol. 68 (8). – P. 1333–1345. DOI:10.1134/S000511790708005X.
2. *Тухонов А.А., Спасич Д.Т., Антипов К.А., Саблина М.В.* Оптимизация электродинамического метода стабилизации искусственного спутника Земли // *Автоматика и телемеханика.* – 2011. – №9. – С. 112–120.
3. *Klyushin M.A., Maksimenko M.V., Tikhonov A.A.* Electrodynamical attitude stabilization of a spacecraft in an elliptical orbit // *Aerospace.* – 2024. – Vol. 11(11). 956. DOI: 10.3390/aerospace11110956.
4. *Maksimenko M.V., Tikhonov A.A.* Electrodynamical attitude stabilization of a satellite in an indirect position // *Acta Astronautica.* – 2025. – Vol. 232. – P. 516–524. DOI: 10.1016/j.actaastro.2025.03.018.
5. *Kennedy J., Eberhart R.* Particle swarm optimization // *Proc. Int. Conf. Neural Networks, IEEE.* – 1995. – P. 1942–1948. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968.
6. *Eberhart R., Shi Y.* Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization // *IEEE Congr. Evol. Comput. San Diego, Calif.* – 2000. – P. 84–88.
7. *Drobysheva A., Roldugin D., Tkachev S.* Application of the PSO for the construction of a 3-axis stable magnetically actuated satellite angular motion // *Acta Astronautica.* – 2022. DOI: 195. 10.1016/j.actaastro.2022.03.001.