

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ РИСКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СТРАТЕГИЙ В ДВУХУРОВНЕВЫХ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Ростова Е.П.

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия
rostova.ep@ssau.ru*

Вахранев А.В.

*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,
Москва, Россия
anton22255@yandex.ru*

Аннотация. Рассматривается проблема вычислительных экспериментов в модели производственных систем, имеющих иерархический характер, для оценки рисков при возможности проведения предупредительных мероприятий. Центр в системе является производителем конечного продукта и потребителем ресурсов, производимых агентами. Сформулированы подходы для проведения вычислительных экспериментов в прикладной задаче.

Ключевые слова: иерархические системы, управление рисками, предупредительные мероприятия, теория игр, оптимизация, центр и агенты.

Введение

В текущей экономической парадигме управление рисками приобрело статус ключевого элемента стратегического планирования производственных систем [1]. Проблемы риск-менеджмента, разработка методов оценки и управления рисками широко освещаются в отечественной и зарубежной литературе с привлечением разнообразного математического аппарата [4-6].

Снижение уровня риска может оцениваться по двум основным критериям: техническому и экономическому. В рамках технической парадигмы основной акцент делается на непосредственное уменьшение уровня опасности через технологическое обновление, внедрение высоконадежных механизмов и развертывание комплексного мониторинга, при этом вопрос глубокой оценки экономической целесообразности таких мер часто остается вторичным. Экономическая же концепция, напротив, ставит во главу угла финансовую оптимизацию, направляя усилия на выбор наиболее рентабельных стратегий – будь то уменьшение, трансферт или сознательное принятие риска – исходя из принципов строгой бюджетной обоснованности.

В данной работе система анализируется с точки зрения экономической организации предупредительных мероприятий. Создание универсальных моделей управления рисками позволит разработать инструментарий, применимый в различных отраслях и для систем любого масштаба.

Ключевое значение при проектировании подобной модели имеет анализ взаимозависимости субъектов системы и их совокупного воздействия на ход производства. Интеграция участников в единый технологический контур с централизованным регулированием рисков создает предпосылки для выработки и реализации скоординированной стратегии риск-менеджмента, охватывающей все звенья цепочки.

1. Постановка задачи

Целью работы является описание возможностей применения вычислительного инструментария, созданного для анализа иерархических систем, в решении прикладных задач. Актуальность исследования обусловлена материалами [1, 2].

В качестве объекта анализа выступает подход к управлению рисками [1], применяемый в системе, которая включает в себя предприятия-агенты и Центр. Под термином Центр в данной модели понимается хозяйствующий субъект, осуществляющий выпуск конечной продукции и использующий в своем технологическом процессе ресурсы, предоставляемые сетью агентов.

В рамках исследования предлагается сравнительный анализ трех конфигураций организационных структур:

- Децентрализованная система со слабой взаимосвязью: Координационный центр не формирует обязательных требований к предельным значениям рисков и не осуществляет директивного воздействия на выбор агентами методов управления рисками.

- Система с тесными взаимосвязями: Центр принимает прямое финансовое участие в реализации защитных мероприятий, осуществляемых каждым агентом.
- Иерархическая структура: Управление рисками со стороны Центра осуществляется выборочно и распространяется исключительно на агентов первого уровня, находящихся с ним в непосредственном взаимодействии.

Данное исследование сконцентрировано на подробном рассмотрении второй из перечисленных моделей.

2. Описание модели

Ключевой функцией Центра в Системе 2 является определение для каждого из k -х агентов ($k = 1 .. n$) значений двух управляющих переменных: допустимого уровня риска r^0_k ($k = 1..n$) и финансирования превентивных действий f_{2k} . Это позволяет Центру контролировать риски на уровне агентов и системы в целом, но ведет к росту его затрат на величину F , где:

$$\sum_{k=1}^n f_{2k} \leq F. \quad (1)$$

Таким образом, Центр назначает агентам: объемы поставок q_1, q_2, \dots, q_n , максимально допустимые уровни риска $r^0_1, r^0_2, \dots, r^0_n$ и объемы финансирования превентивных мероприятий $f_{21}, f_{22}, \dots, f_{2n}$. Агенты поставляют продукцию, проводят превентивные мероприятия, сообщают центру уровень риска. Центр может повлиять на уровень риска агентов путем перераспределения сумм финансирования предупредительных мероприятий.

Формально прибыль Центра описывается функцией:

$$\Pi_1 = P \cdot Q - \sum_{k=1}^n p_k q_k, \quad (2)$$

где P – цена реализации продукции центра.

Прибыль k -го агента в базовой Системе 1 равна:

$$\pi_{1k} = p_k q_k - c_k - f_{1k}, \quad (3)$$

где c_k – производственные затраты k -го агента, f_{1k} – его затраты на предупредительные мероприятия.

Эти затраты ограничены сверху величиной ожидаемого ущерба от нейтрализуемого риска $M[\chi_{1k}]$

$$f_{1k} \leq M[\chi_{1k}]. \quad (4)$$

Ожидаемый ущерб рассчитывается как:

$$M[\chi_{1k}] = \chi_k(q_k) \varepsilon_{1k}(f_{1k}), \quad (5)$$

где ε_{1k} – вероятность реализации рискованного события для k -го агента в системе 1, χ_k – функция ущерба k -го агента от объема производства.

С учетом затрат Центра F в Системе 2 функции прибыли принимают вид:

$$\Pi_2 = P \cdot Q - \sum_{k=1}^n p_k q_k - F, \quad (6)$$

$$\pi_{2k} = p_k q_k - c_k + f_{2k}, \quad (7)$$

при соблюдении ограничений (8), (9), (10):

$$\sum_{k=1}^n f_{2k} \leq F, \quad (8)$$

$$f_{2k} \leq M[\chi_{2k}], \quad (9)$$

$$M[\chi_{2k}] = \chi_k(q_k) \varepsilon_{2k}(f_{2k}), \quad (10)$$

Центр в Системе 2 устанавливает для каждого агента предельно допустимый уровень вероятности наступления рискованного события, который не может быть превышен:

$$\varepsilon_{2k}(f_{2k}) \leq r^0_k, k = \overline{1, n}. \quad (11)$$

С позиций исследования операций, реализуемости модели, формальные записи оптимизационных задач в работе [1]. не конкретизированы, поскольку могут иметь различный вид формализации в зависимости от использования принципов оптимальности по Парето, Нэшу или иерархии.

По сути изложения эту запись следует отнести к иерархическим постановкам, поскольку Центр делает первый ход: он назначает параметры производства и сообщает их подсистемам.

3. Параметры модели в вычислительном эксперименте

Таким образом, рассматривается двухуровневая управляемая производственная Система.

Активные участники: Центр и агент-производитель продукции, описываемый вектором $q = (q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ с компонентами q_i , n – число изделий.

Параметры модели: $P_i, p_i, c_i, F, C, \chi, \varepsilon, R$ задаются исследователем.

- Управление Центра: $f_i, i = 1, \dots, n$.

Критерий эффективности (выигрыш) Центра:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n P_i q_i - \sum_{i=1}^n p_i q_i - F, \text{ где}$$

P_i – цена реализации на внешнем рынке изделия под номером i ,

p_i – цена на изделия под номером i , по которой Центр приобретает изделие у агента,

F – затраты Центра на предупредительные мероприятия.

- Управление агента: $q_i, i = 1, \dots, n$.

Критерий эффективности агента:

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i q_i - \sum_{i=1}^n c_i q_i + \sum_{i=1}^n f_i, \text{ где}$$

c_i – производственные затраты на i -ое изделие,

$\sum_{i=1}^n c_i q_i \leq C$, где C – общие затраты агента на производство,

f_i – затраты на предупредительные мероприятия для i -ого изделия.

- Общие ограничения на предупредительные мероприятия

$$\sum_{i=1}^n f_i \leq F$$

Затраты на предупредительные мероприятия не должны превышать ожидаемый ущерб от нейтрализованного риска:

$$f_i \leq \chi_i q_i \varepsilon_i$$

ε_i – вероятность рискованного события для i -ого изделия.

χ_i – доля для расчёта ущерба i -ого изделия.

- Общая оценка риска:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i f_i \leq R.$$

4. Формализация записи алгоритма

Как отмечено в [2], задача распределения ресурса Центром в двухуровневой системе может быть записана в общем виде:

найти

$$\max_{u \in D} \left(\min_{x \in T(u)} \sum_{j=1}^n k_j x_j \right) = \max_{u \in D} F(u),$$

где

$$T(u) = \left\{ x \mid x \in T_0(u), \sum_{j=1}^n c_j x_j = \max_{y \in T_0(u)} \sum_{j=1}^n c_j y_j \right\},$$

$$T_0(u) = \left\{ x \mid x \in E^n, x \geq 0, \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i + \sum_{l=1}^k b_{il} u_l, i = 1, \dots, m \right\},$$

$$D = \left\{ u \mid u \in E^n, u \geq 0, \sum_{l=1}^k d_{rl} u_l \leq d_r, r = 1, \dots, p \right\}.$$

Как показано в [3], задача может быть решена с помощью алгоритма, разработанного на базе доказанной теоремы.

Теорема. Существует $\delta_0 > 0$ такое, что при всех δ , $0 < \delta < \delta_0$, функция $F_0^\delta = \sum_{j=1}^n k_j x_j$, где $x \in T^\delta(u)$, однозначна и $F(u) = F_0^\delta(u)$,

$$T^\delta(u) = \left\{ x \mid x \in T^0(u), \sum_{j=1}^n (c_j - \delta k_j) x_j = \max_{y \in T^0(u)} \sum_{j=1}^n (c_j - \delta k_j) y_j \right\}.$$

Решение задачи осуществляется методами линейного программирования в рамках предложенного алгоритма.

В работе [2] представлены примеры использования современных программных сервисов для решения задачи, что необходимо для отладки алгоритма [3].

5. Реализация алгоритма

Задачу линейного программирования можно решать с помощью специализированных математических пакетов. Однако не все из них позволяют найти все возможные решения, что критично для данного метода.

В качестве инструмента выбран пакет gurobipy [2], который удовлетворяет заданным требованиям.

Пример формализации кода по [2]:

```

1. import gurobipy as gp
2. from gurobipy import *
3.
4. def function_P1(u):
5.     # Create a model
6.     model = gp.Model("P_1")
7.
8.     # Parameters
9.     model.Params.PoolSearchMode = 2
10.    model.Params.PoolSolutions = 10**8
11.    model.Params.PoolGap = 0.0
12.
13.    # Create variables
14.    x = model.addVars(6, vtype='C', name="x")
15.    # x1, x2, x3, x4, x5, x6 = [model.addVars(f"x{i+1}") for i in range(6)]
16.
17.    # Add linear constraints:
18.    c1= [6,4.2,3.6,1.8,1.8, 0]
19.    c2= [0, 2.4, 3.2,5.6,5.6,8.0]
20.    u1 = 6.0-0.6*u[0]
21.    u2 = 0.8*u[0]
22.    model.addConstr(sum(c1[i]*x[i] for i in range(6)) == u1, "c1")
23.    model.addConstr(sum(c2[i]*x[i] for i in range(6)) == u2, "c2")
24.
25.    obj = [1, 5, 5, 3, 2, 1]
26.    # Set objective: maximize x
27.    model.setObjective(quicksum(obj[i]*x[i] for i in range(6)), GRB.MAXIMIZE)
28.
29.    # Optimize
30.    model.optimize()
31.    return model
32.

```

Для поиска всех решений запишем функцию find_solution():

```

1. def find_solution(model):
2.     solution = []
3.     # Iterate over all found solutions
4.     for k in range(model.SolCount):
5.         m.Params.SolutionNumber = k
6.         solution.append([var.Xn for var in model.getVars()])
7.     return solution

```

6. Заключение

Проведенное исследование демонстрирует эффективность применения иерархической модели управления рисками в производственных системах с централизованным принятием решений. Разработанный подход, основанный на принципах теории иерархических игр, позволяет формализовать процесс распределения ресурсов на предупредительные мероприятия между центром и агентами, учитывая их экономические интересы и ограничения.

Ключевым результатом работы является разработка вычислительного инструментария, позволяющего проведение экспериментов по оценке рисков и оптимизации затрат на их минимизацию. Предложенная двухуровневая модель и соответствующий алгоритм, реализованный с применением методов линейного программирования и современного программного обеспечения (gurobi.py), предоставляют практический инструмент для анализа и синтеза управляющих воздействий в условиях неопределённости.

Важным направлением дальнейших исследований является тестирование модели на реальных данных, а также ее адаптация к системам с более сложной структурой взаимосвязей. Перспективным представляется учет динамических аспектов, таких как изменение рыночных условий и технологий производства, а также исследование устойчивости получаемых решений.

Представленный подход вносит вклад в развитие методологии риск-менеджмента, закладывая фундамент для построения эффективных стратегий, направленных на повышение устойчивости сложных производственно-экономических систем.

Литература

1. *Ростова Е.П., Черкасова Н.А.* Моделирование систем управления затратами на предупредительные мероприятия в технологических цепочках различной структуры // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2024): труды XVII межд. конф – М.: ИПУ РАН, 2024. – С. 426–431.
2. *Вахранев А.В.* Алгоритм распределения ресурсов между активными подсистемами // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2024): труды Семнадцатой межд. конф – М.: ИПУ РАН, 2024. – С. 334–339.
3. *Ерешко Ф.И., Злобин А.С.* Алгоритм централизованного распределения ресурса между активными подсистемами. // Экономика и мат. методы, 1977. – Т. 13. Вып. 4. – С. 703–713.
4. *Rostova E. P., Geraskin M.* Costs Function Optimization for Prevention of Firm's Industrial Risks with Regard to Reinvestment of Profit // Advances in Systems Science and Applications. – 2018. – Vol. 18, №. 4. – P. 52–63.
5. *Rostova E., Geraskin M.* Models of Industrial Risk Control Systems // Advances in Systems Science and Applications. – 2022. – Vol. 22, № 3. – P. 18–35.
6. *Colson, B., Marcotte, P., Savard, G.* An overview of bilevel optimization // Annals of Operations Research. – 2007. – Vol. 153, № 1. – P. 235–256.