

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИЗВЕСТКОВЫХ УДОБРЕНИЙ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Киселев В.Г.

ФИЦ «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

vgkiselev@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются математические модели использования известковых удобрений при производстве растениеводческой продукции региона. Эти удобрения отличаются от традиционных (азота, фосфора и калия) способом применения и влияния на почву. Обсуждается информационная база таких моделей.

Ключевые слова: урожайность, известковые удобрения, продуктивность, агрохимия.

Введение

Урожайность выращиваемых на полях культур зависит от климатических условий района, где располагаются поля и от плодородия почв на этих полях. Если на климат мы в настоящее время повлиять не можем, то на плодородие сельхозугодий повлиять – вполне посильная задача для работающего на полях человека. Причем, это влияние может быть, как положительным, так и отрицательным. Причем, отрицательных примеров накопилось достаточно много – это и истощение почв, их эрозия, засоленность. Следовательно, возникает потребность в предварительной оценке тех или иных человеческих действий, оценке их влияния на окружающую среду.

Эту задачу следует решать с помощью экспертных оценок с применением математических моделей, описывающих как физические, так и экономические процессы производства. Вообще говоря, идеально было бы решать все эти вопросы в рамках единой математической модели, но этот путь пока не реализуем из-за непомерной сложности такой задачи. Поэтому рационально использовать следующий подход. Сначала решаем экономическую задачу производства сельскохозяйственной продукции с учетом имеющихся ресурсов (это есть основная задача деятельности агрофирмы), затем проводим экспертную оценку полученных результатов и в случае необходимости корректируем ограничения и снова решаем производственную задачу с новыми ограничениями.

В этой схеме основной задачей остается задача рационального использования имеющихся ресурсов для производства продукции. Повысить урожайность возделываемых культур можно применением современных технологий выращивания, рациональным применением различных удобрений. Удобрения бывают: минеральные с различным содержанием питательных веществ (N – азота, P – фосфора и K – калия), органические (навоз, торф) и известковые ($CaCO_3$).

Для решения основной – экономической задачи производства растениеводческой продукции необходимо знать зависимость урожайности от доз вносимых удобрений. Для этой цели используют информацию, полученную на опытных участках в различных регионах и приведенную в издании «Нормативы для определения потребностей сельского хозяйства в минеральных удобрениях» [1]. Эта задача в различных постановках рассматривалась многими авторами, начиная с патриарха математического моделирования в сельском хозяйстве *Р.Г. Кравченко* [2]. Однако следует заметить, что во всех этих работах в основном рассматривалось применение минеральных и органических удобрений. Это объясняется, по-видимому, спецификой известковых удобрений, которые труднорастворимы и поэтому применяются раз в несколько лет, а все модели сельскохозяйственного производства описывают процессы только в течение одного года [3–7]. В данной работе предлагается иной подход решения задачи описания применения известковых удобрений.

1. Особенности известковых удобрений

Известковые удобрения используются для изменения кислотности почв, которая в свою очередь влияет на урожайность культур. Кислотность почв принято характеризовать величиной pH . По степени кислотности почвы делятся на следующие группы:

- $pH < 4.5$ – сильнокислые,
- $pH \in [4.6, 5.0]$ – среднекислые,
- $pH \in [5.1, 5.5]$ – слабокислые,
- $pH > 5.5$ – нейтральные.

Растения по-разному реагируют на кислотность почв, но проявляется определенная закономерность для выращиваемых культур: с увеличением кислотности почв урожайность снижается. Снижение урожая для каждой культуры и для каждого интервала кислотности почв задается некоторым

коэффициентом, который является поправочным коэффициентом для «Нормативов» (эти нормативы получены по опытам, проводимым на почвах нейтрального вида).

Известковые удобрения снижают кислотность почвы. Эффективность внесения извести зависит от типа почв (дерново-подзолистые, серые, лесные и др.) и кислотности почвы. Эта эффективность задается нормативными расходами $CaCO_3$ для сдвига показателя pH на величину 0.1. Расход извести для смещения величины pH на эту величину на слабокислых почвах на 20–40 % выше, чем для почв средней и сильной кислотности. Таким образом, зная коэффициент снижения урожайности культуры в зависимости от кислотности почвы и нормативный расход известковых удобрений для сдвига величины pH почвенной среды на различных типах почв, мы сможем оценить эффективность внесения известковых удобрений.

Теперь опишем кратко динамику выноса извести из почвы и принятую стратегию внесения известковых удобрений.

В отличие от других видов удобрений известковые удобрения труднорастворимы и могут находиться в почве много лет. Потери $CaCO_3$ в почве за T лет равны сумме следующих составляющих:

$$\Delta_T = 0.1 \text{ вносимого } CaCO_3 + \text{ вынос } CaCO_3 \text{ с осадками за } T \text{ лет} + \text{ вынос с урожаем за } T \text{ лет.}$$

Количество $CaCO_3$, выносимого с осадками, связано с количеством осадков в данном районе и с типом почв данного участка. С урожаем выносятся в зависимости от культуры 15–20 кг/га извести $CaCO_3$.

С учетом особенности известковых удобрений принята следующая схема их внесения.

Пусть в начальный момент t_0 кислотность почвы равна $pH(t_0)$. В этот момент вносится некоторое количество извести с тем, чтобы поднять исходную кислотность почвы до некоторого «оптимального» значения pH_{opt} . Повторное известкование проводится через δ лет, когда кислотность почвы снизится на некоторую величину Δ . Значение временного интервала δ составляет величину порядка 10 лет. Далее, в год $(t_0 + \delta)$ проводится залповое известкование количеством извести, необходимым для снижения кислотности почвы, т.е. для поднятия pH до значения pH_{opt} . Такая процедура повторяется и далее. Графически pH как функция времени изображается в виде пилообразной функции.

2. Трансформация кислотности земель с учетом известкования.

Выпишем уравнения трансформации земель с учетом описанных выше их свойств кислотности.

Введем некоторые обозначения. Пусть λ – номер группы почв с одинаковой кислотностью. В соответствии с описанной выше градацией нумерация определяется следующим образом

$\lambda = 0$ – нейтральные почвы,

$\lambda = 1$ – слабокислые,

$\lambda = 2$ – среднекислые,

$\lambda = 3$ – сильнокислые.

Путем внесения извести мы можем понизить кислотность некоторых участков, т.е. перевести эти участки в участки с меньшим значением параметра λ . Для моделирования вышеописанной процедуры, применяемой на практике, следовало бы рассматривать динамическую модель, что представляет собой весьма сложную и в данном случае неоправданную задачу. Поэтому предложим следующую модель трансформации кислотности земель.

Пусть S'_λ – величина площади почв на начало планируемого года с кислотностью λ .

Будем считать, что путем соответствующего известкования часть земель с параметром λ можно перевести в любые земли, характеризующиеся меньшим значением параметра λ . В то же время в земли с этим параметром λ имеется возможность перевода части земель из земель с большей кислотностью, т.е. с большим значением параметра λ . Это справедливо для всех типов земель, кроме нейтральных почв ($\lambda = 0$) и сильнокислых ($\lambda = 3$). В первом случае возможно только поступление дополнительных земель, а во втором – только изъятие.

Пусть

S_λ , ($\lambda = 0, 1, 2, 3$) – площадь земель типа λ после проведения описанной выше процедуры известкования всех земель,

$\Delta S_{\lambda\lambda'}$, $\lambda' < \lambda$ – часть земли типа λ , переведенная в земли типа λ' .

$\Delta S_{\lambda\lambda'}$, $\lambda' > \lambda$ – часть земли типа λ , полученная путем соответствующего известкования из земель типа λ' .

Тогда вышеизложенную процедуру можно представить в следующем виде.

$$S_{\lambda} = S_{\lambda}' - \sum_{\lambda' < \lambda} \Delta S_{\lambda\lambda'} + \sum_{\lambda' > \lambda} \Delta S_{\lambda\lambda'}. \quad (1)$$

К этому уравнению трансформации земель следует добавить ограничения, выражающие ограниченность исходных земель разного вида кислотности и общее ограничение всех земель. Эти ограничения имеют следующий вид:

$$\sum_{\lambda' < \lambda} \Delta S_{\lambda\lambda'} \leq S_{\lambda}', \quad (2)$$

$$\sum_{\lambda} S_{\lambda} = S, \quad S_{\lambda} \geq 0, \quad \Delta S_{\lambda\lambda'} \geq 0. \quad (3)$$

Обозначим $\alpha_{\lambda\lambda'}$ – нормативное количество извести, необходимое для перевода единицы площади типа λ в земли типа λ' . Тогда для всей описанной трансформации земель потребуется извести в количестве $\sum_{\lambda=1,2,3} \sum_{\lambda' < \lambda} \alpha_{\lambda\lambda'} \Delta S_{\lambda\lambda'}$. Здесь величину коэффициента $\alpha_{\lambda\lambda'}$ надо уменьшить на величину извести, находящейся в почве данного известкуемого участка.

Далее, необходимо учесть вынос из почвы извести с осадками, урожаем и компенсации вносимого с минеральными удобрениями азота. В простейшем случае эти величины, кроме компенсации азота, можно считать пропорциональными площади и планируемому урожаю. Величина компенсации азота получим после решения основной задачи рационального использования удобрений, когда определится требуемое количество азотных удобрений.

3. Модель рационального использования удобрений с учетом кислотности почв и их известкования

Такая модель будет отличаться от обычной модели использования удобрений только одним параметром (в нашем случае этим параметром является параметр λ). Поэтому здесь будут приведены только модельные соотношения, учитывающие специфику известковых удобрений. Модель трансформации почв была изложена выше. Эта модель определяет количество земель всех типов кислотности после внесения известковых удобрений. Остается рационально распорядиться остальными удобрениями и выбрать схему посадки и выращивания культур (на каких землях и в каком количестве сажать и удобрять).

Для простоты изложения будем считать, что урожай выращивается только на богарных землях и применяются только минеральные и известковые удобрения. Принципиально в данной работе это допущение ничего не меняет, только сокращает запись.

В «Нормативах» приведено несколько вариантов внесения удобрений для каждой культуры. Эти варианты представляют урожайность каждой культуры, выращиваемой на землях нейтрального типа. Для земель с кислотностью λ вводится поправочный коэффициент снижения урожайности. С учетом этого поправочного коэффициента урожайность культуры на землях типа λ равна

$$c_{k\mu\lambda} = c_{k\mu} (1 - \varepsilon_{k\lambda}). \quad (4)$$

Здесь обозначено: k – номер культуры, K – множество всех культур, μ – номер варианта внесения удобрений, M_k – множество всех вариантов внесения удобрений для k -й культуры, $c_{k\mu}$ – урожайность в «Нормативах».

Пусть культура номера k на землях типа λ , удобряемая по μ -му варианту, выращивается на площади $S_{k\mu\lambda}$. Тогда должно выполняться равенство

$$S_{\lambda} = \sum_{k,\mu} S_{k\mu\lambda}, \quad (5)$$

где S_{λ} определено выше в разделе трансформации земель.

Учитывая скорректированную по кислотности урожайность, можно записать выражение для суммарного урожая, полученного со всех типов земель при всех выбранных технологиях удобрения. Суммарный урожай k -й культуры равен

$$Y_k = \sum_{\mu, \lambda} c_{k\mu\lambda} S_{k\mu\lambda} . \quad (6)$$

Оценим теперь требуемое количество удобрений разного вида.

В «Нормативах» варианты удобрений в виде набора значений ($N: P: K$) действующих веществ. Обозначим номер питательного вещества $r = 1, 2, 3$ и количество этого питательного в варианте μ для k -й культуры как $b_{r\mu k}$. Тогда для выращивания всех культур r -го питательного вещества требуется в количестве

$$B_r = \sum_{k, \mu, \lambda} b_{r\mu k} S_{k\mu\lambda} , \quad r = 1, 2, 3 . \quad (7)$$

Это вещество содержится в различных удобрениях (нитрофоска, суперфосфат и т. д.) в определенных пределах. Пусть в распоряжении хозяйства имеется удобрения типа l в количестве A_l . Тогда должно выполняться соотношение

$$B_r \leq \sum_l \alpha_{rl} A_l , \quad r = 1, 2, 3 . \quad (8)$$

Практические расчеты могут выявить такой случай, когда при наличии достаточно большого общего количества удобрений при применении научно рекомендованных доз значительно не хватает одного, например, азотного.

Последнее ограничение справедливо для азота, фосфора и калия. Выпишем теперь ограничение на суммарный запас известковых удобрений. Отдельные составляющие потребности в извести были перечислены выше.

На трансформацию земель идет, как было подсчитано,

$$U = \sum_{\lambda=1,2,3} \sum_{\lambda' < \lambda} \alpha_{\lambda\lambda'} \Delta S_{\lambda\lambda'} \quad (9)$$

извести. Будем считать, что с урожаем и осадками суммарно выносятся $G = eS$ извести. Здесь предполагается, что эта зависимость справедлива для некоторой средневзвешенной урожайности выращиваемых культур.

Выше было сказано, что для компенсации вносимого азота требуется некоторое количество извести. Это количество извести равно

$$B_4 = e_4 B_1 = e_4 \sum_{k, \mu, \lambda} b_{1\mu k} S_{k\mu\lambda} , \quad (10)$$

где B_1 – внесенное суммарное количество азота, а e_4 – соответствующий известный коэффициент.

Если обозначить через α_{4l} содержание извести в l – м известковом удобрении, а через A_l – его количество, то баланс извести можно представить в виде

$$U + G + B_4 \leq \sum_l e_{4l} A_l . \quad (11)$$

Уравнения трансформации земель плюс приведенные здесь ограничения составляют основу модели применения удобрений, включая известковые.

В зависимости от решаемой задачи эти ограничения следует добавлять некоторыми, например, ограничениями, отражающими затраты на те или иные удобрения, ограничениями на производственные, трудовые ресурсы, ограничениями на количество применяемых удобрений определенного вида.

4. Заключение

В работе была обоснована важность изучения вопроса о применении известковых удобрений. Важность известковых удобрений заключается в том, что без них на кислых почвах урожайность большинства культур значительно снижается. Их отличие от обычных удобрений в применении заключается в том, что они труднорастворимые и они вносятся раз в несколько лет (в отличие от обычных). В работе предлагается новая схема применения и оценки известковых удобрений. Эта схема неоспорна и требует дальнейших исследований.

Литература

1. «Нормативы для определения потребностей сельского хозяйства в минеральных удобрениях». – М.: Колос, 1978.
2. *Кравченко Р.Г.* Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. – М.: Колос, 1978. – 423 с.
3. *Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г.* Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. – 396 с.
4. *Сиротенко О.Д.* Математическое моделирование водно-теплового режима и продуктивности агроэкосистем. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 176 с.
5. *Воротынцева А.В.* К построению адаптивной модели растительного покрова // Евразийский Союз Ученых. Серия: технические и физико-математические науки. – 2021. – Том 1, № 10(91). – С. 47–53. DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.91.1474.
6. *Воротынцева А.В.* О моделировании распределения ассимилятов фотосинтеза растительного покрова // Современная наука: Актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. – 2022. – № 3. – С. 55–58. DOI: 10.37882/2223-2966.2022.03.08.
7. Нормативы расхода известковых удобрений для сдвига реакции почвенной среды до оптимального уровня *pH* на различных типах почв. М., МСХ СССР, Всесоюзное производственно-научное объединение «Союзсельхозхимия», 1980.