

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ИСЗ В ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ¹

Дябденко Н.Д., Максименко М.В., Павлов С.А.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
st108027@student.spbu.ru, m.v.maksimenko@spbu.ru, semyon.pavlov@spbu.ru

Аннотация. Спутник с электродинамической системой управления угловой ориентацией движется по круговой околоземной орбите. Для снижения амплитуды колебаний переходного процесса стабилизации решается задача подбора параметров управления различными методами оптимизации, основанными на машинном обучении, а также их сравнение. Приводятся результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: метод роя частиц, метод имитации отжига, генетические алгоритмы, байесовские оптимизации, спутник, угловая стабилизация.

Введение

Технологии, разрабатываемые в рамках искусственного интеллекта (ИИ), активно используются в космической технике. Существует ряд задач в этой области, решение которых с помощью методов ИИ обладает потенциально более высоким выходным качеством и скоростью в сравнении с традиционными технологиями при приемлемых для этого необходимых вычислительных и других ресурсах. Важно, что при этом может быть обеспечен более высокий уровень автономности искусственного спутника Земли (ИСЗ) или группировки ИСЗ, функционирующей в условиях, содержащих неизвестные возмущения [1]. К такого типа технологиям можно отнести эволюционные вычисления (эволюционные стратегии, генетические алгоритмы и др.) и технологии “роевого интеллекта”, которые будут применены в данной работе.

ИСЗ, движущийся по околоземной орбите в магнитном и гравитационном полях Земли, считается оснащенным собственным магнитным моментом и электрическим зарядом. Управляемый вектор собственного магнитного момента и управляемый вектор статического момента заряда первого порядка лежат в основе электродинамической системы управления ориентацией ИСЗ. Эта система использует преимущества магнитного момента и момента Лоренца для управления угловой ориентацией спутника, что позволяет решать различные задачи управления угловым движением ИСЗ, в частности, рассматриваемую в данной работе задачу о трехосной стабилизации ИСЗ в произвольном положении в орбитальной системе координат [2, 3].

Однако, ранее не обсуждался подробно вопрос о приемлемом характере переходного процесса стабилизации ИСЗ, который может отличаться наличием колебаний значительной амплитуды, что может быть нежелательным при нахождении на борту высокоточных приборов, чувствительных к воздействию микроускорений. Одним из способов решения этой задачи может быть предложенное в [4] управление с распределенным запаздыванием, требующее дополнительного органа управления – PID-регулятора. Другим же способом является подбор коэффициентов усиления управляемых векторов таким образом, чтобы сгладить переходный процесс стабилизации, что приводит нас к цели этого исследования – сравнить между собой различные алгоритмы оптимизации выбора этих коэффициентов.

1. Постановка задачи

Рассматривается ИСЗ, который движется по невозмущенной круговой орбите с ненулевым наклоном в гравитационном и магнитном полях Земли. Решается задача о трехосной стабилизации ИСЗ, определяемым жестко связанными с ним главными центральными осями инерции $Sxuz$, относительно орбитальной системы координат $S\xi\eta\zeta$ с ортами $\vec{\xi}_0, \vec{\eta}_0, \vec{\zeta}_0$ в программном режиме, задаваемым значением матрицы направляющих косинусов \mathbf{A}_0 между осями $S\xi\eta\zeta$ и $Sxuz$. В “самолётных” углах ориентации целевое положение определяется значениями

$$\varphi = \varphi_0, \theta = \theta_0, \psi = \psi_0, \vec{\omega}' = \vec{0}, \quad (1)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Санкт-Петербургского государственного университета (проект №116636233).

где $\vec{\omega}^i$ – угловая скорость ИСЗ в орбитальной системе координат, или в параметрах Родрига-Гамильтона $\lambda_i = \lambda_i^{prog}, i = 0, \dots, 3$.

1.1. Управляемые векторы и управляющие моменты

Электродинамическая система управления ориентацией ИСЗ в орбитальной системе координат базируется на использовании управляющих моментов, лоренцева \vec{M}_L и магнитного \vec{M}_M :

$$\vec{M}_L = (\vec{P}_{rest} + \vec{P}_{diss} + \vec{P}_{comp}) \times \vec{T}, \quad \vec{M}_M = (\vec{I}_{rest} + \vec{I}_{diss} + \vec{I}_{comp}) \times \mathbf{A}^T \vec{B},$$

где \vec{B} – вектор индукции магнитного поля Земли, заданный своими проекциями в системе $C\xi\eta\zeta$, вектор $\vec{T} = \mathbf{A}^T(\vec{v}_C \times \vec{B})$, \vec{v}_C – скорость центра масс ИСЗ относительно Земли, вращающейся с угловой скоростью $\vec{\omega}_E$, $\vec{P}_{rest}, \vec{P}_{diss}, \vec{P}_{comp}$ – восстанавливающая, диссипативная и компенсирующая составляющие управляемого вектора $\vec{P} = Q\vec{CO}$ соответственно, причем Q – постоянный электростатический заряд ИСЗ, точка O – центр заряда ИСЗ, $\vec{I}_{rest}, \vec{I}_{diss}, \vec{I}_{comp}$ – восстанавливающая, диссипативная и компенсирующая составляющие управляемого вектора собственного магнитного момента \vec{I} соответственно.

1.2. Математическая модель

Движение ИСЗ как твердого тела вокруг центра масс может быть описано системой дифференциальных уравнений Эйлера-Пуассона. Внешние моменты, действующие на спутник – гравитационный, лоренцев и магнитный. Гравитационный момент в задаче рассматривается, как возмущающий, который с помощью компенсирующих компонент управляемых векторов, может быть погашен. В безразмерном виде с использованием переменной $u = \omega_0 t$ и параметров кватерниона Родрига-Гамильтона $\lambda_i(u), i = 0, \dots, 3$ система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_0 &= \frac{1}{2}(-\lambda_1 \cdot \Omega_x - \lambda_2 \cdot \Omega_y - \lambda_3 \cdot \Omega_z + \lambda_2); \\ \dot{\lambda}_1 &= \frac{1}{2}(\lambda_0 \cdot \Omega_x + \lambda_2 \cdot \Omega_z - \lambda_3 \cdot \Omega_y - \lambda_3); \\ \dot{\lambda}_2 &= \frac{1}{2}(\lambda_0 \cdot \Omega_y + \lambda_3 \cdot \Omega_x - \lambda_1 \cdot \Omega_z - \lambda_0); \\ \dot{\lambda}_3 &= \frac{1}{2}(\lambda_0 \cdot \Omega_z + \lambda_1 \cdot \Omega_y - \lambda_2 \cdot \Omega_x + \lambda_1); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_x &= -(\varepsilon - \delta) \cdot (\Omega_y \cdot \Omega_z - \beta_2 \cdot \beta_3) + \frac{M_{Lx} + M_{Mx} + M_{DLx} + M_{DMx}}{A \cdot \omega_0^2}; \\ \dot{\Omega}_y &= -\frac{1 - \varepsilon}{\delta} \cdot (\Omega_x \cdot \Omega_z - \beta_1 \cdot \beta_3) + \frac{M_{Ly} + M_{My} + M_{DLy} + M_{DMy}}{\delta \cdot A \cdot \omega_0^2}; \\ \dot{\Omega}_z &= -\frac{\delta - 1}{\varepsilon} \cdot (\Omega_x \cdot \Omega_y - \beta_1 \cdot \beta_2) + \frac{M_{Lz} + M_{Mz} + M_{DLz} + M_{DMz}}{\varepsilon \cdot A \cdot \omega_0^2}. \end{aligned}$$

Здесь в правые части уравнений (2) входят проекции восстанавливающих и диссипативных компонент управляющих моментов: $\vec{M}_L = Qk_L \vec{T}_0 \times \vec{T}$, $\vec{M}_{DL} = Qh_L(\vec{\omega}' \times \vec{T}) \times \vec{T}$, $\vec{M}_M = k_M \vec{B}_0 \times (\mathbf{A}^T \vec{B})$, $\vec{M}_{DM} = h_M(\vec{\omega}' \times \mathbf{A}^T \vec{B}) \times (\mathbf{A}^T \vec{B})$, $\mathbf{J} = \text{diag}(A, \delta \cdot A, \varepsilon \cdot A)$ – тензор инерции спутника, $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ – проекции абсолютной угловой скорости ИСЗ.

Параметры k_L, h_L, k_M, h_M , которые в общем случае являются функциями времени, находятся в нашем распоряжении и могут быть определены, исходя из введенных критериев оптимальности управления.

2. Целевая функция

Стандартным подходом к решению задачи оптимизации является разработка целевой функции, которая моделирует цели задачи с учетом наложенных на нее ограничений. В данной работе рассматривается целевая функция Φ , содержащая в себе квадрат относительной угловой скорости и

квадрат отклонения реального значения кватерниона ориентации от его значения при программном режиме движения (1):

$$\Phi = \int_0^{25} \left[(\lambda_0^{real} - \lambda_0^{prog})^2 + (\lambda_1^{real} - \lambda_1^{prog})^2 + (\lambda_2^{real} - \lambda_2^{prog})^2 + (\lambda_3^{real} - \lambda_3^{prog})^2 + (\omega')^2 \right] du. \quad (3)$$

Целевая функция (3) определяет задачу оптимизации как задачу минимизации, что позволит найти такие значения параметров управления, при которых отклонение реальной траектории от программного режима будет наименьшим.

3. Рассматриваемые методы

Для поставленной задачи были выбраны следующие методы оптимизации, основанные на машинном обучении: метод роя частиц, дифференциальная эволюция, метод имитации отжига и байесовская оптимизация. Такой выбор обусловлен тем, что для каждого из них может быть использована одна и та же целевая функция (3).

3.1. Метод роя частиц

Метод роя частиц подходит для оптимизации непрерывных нелинейных функций. Метод был разработан путём моделирования упрощённой социальной модели (рой пчел, стая птиц и др.). Концепция оптимизации роя частиц рассматривается с точки зрения её предшественников. В каждый момент времени (на каждой итерации) частицы имеют в этом пространстве некоторое положение и вектор скорости. Для каждого положения частицы вычисляется соответствующее значение целевой функции, и на этой основе по определенным правилам частица меняет свое положение и скорость в пространстве поиска [5].

Для рассматриваемой задачи формула для определения скорости каждой частицы имеет вид:

$$v_i^{t+1} = \omega_{in} \cdot v_i^t + c_{cogn} r_1 (pbest_i - x_i^t) + c_{soc} r_2 (gbest - x_i^t), \quad (4)$$

где коэффициенты ω_{in} , c_{cogn} , c_{soc} выбираются переменными и зависящими от номера итерации согласно рекомендациям, данными в работе [6], а величины r_1 и r_2 определяются случайным образом из промежутка [0, 1].

3.2. Дифференциальная эволюция

Дифференциальная эволюция является стохастическим популяционным алгоритмом, не требующим вычислением градиента и использующего векторы параметров, где каждое новое поколение векторов является некоторой комбинацией предыдущих. Ключевая идея метода заключается в схеме генерации пробных векторов параметров. Алгоритм дифференциальной эволюции генерирует новые векторы параметров путём добавления взвешенного вектора разности между двумя элементами популяции к третьему элементу. Если результирующий вектор даёт более низкое значение целевой функции, чем заданный элемент популяции, то вновь сгенерированный вектор заменит вектор, с которым он сравнивался, в следующем поколении. [8, 9].

3.3. Метод имитации отжига

Метод имитации отжига является аналогией с отжигом в твердых телах. Если вместо энергии использовать целевую функцию, а конфигурации определять вектором параметров, то возможно сгенерировать набор конфигураций для заданной задачи оптимизации при некоторой эффективной температуре. Эта температура – просто управляющий параметр, выраженный в тех же единицах, что и целевая функция. Моделируемый процесс отжига состоит из следующих этапов: сначала система “расплавляется” при высокой эффективной температуре, затем температура постепенно снижается до тех пор, пока система не “застынет” и дальнейшие изменения не прекратятся. При каждой температуре моделирование должно продолжаться достаточно долго, чтобы система достигла устойчивого состояния. Последовательность температур и количество перестановок векторов параметров, необходимых для достижения равновесия при каждой температуре, можно считать графиком отжига. Детальная аналогия метода с отжигом в твёрдых телах обеспечивает основу для оптимизации свойств очень больших и сложных систем [10].

3.4. Байесовская оптимизация

Алгоритмы машинного обучения часто требуют тщательной настройки гиперпараметров модели и параметров оптимизации. Такая настройка нередко сводится к интуитивному подходу, основанному

на экспертном опыте, неписанных правилах или простом переборе. Более перспективным является использование автоматических методов, которые способны оптимизировать производительность алгоритма обучения для решения конкретной задачи. При этом байесовскую оптимизацию можно применять не только к настройке гиперпараметров алгоритмов машинного обучения, но и к общей задаче оптимизации, включая выбор параметров управления [11].

4. Результаты численных экспериментов

Для проведения серии численных экспериментов была подготовлена программа на языке Python с подключением различных библиотек, находящихся в открытом доступе [12].

Все численные эксперименты будут проводиться на одном и том же наборе параметров ИСЗ, орбиты и начальных данных, заданных следующими значениями параметров Родрига-Гамильтона $\lambda_i, i = 0, \dots, 3$ и относительной угловой скорости $\vec{\omega}'$:

$$\lambda_0^{prog} = 0.9375, \lambda_1^{prog} = 0.035, \lambda_2^{prog} = 0.3071, \lambda_3^{prog} = 0.1599, \vec{\omega}' = \vec{0},$$

что соответствует следующим значениям “самолётных” углов: $\varphi_0 = 0.2, \theta_0 = 0.6, \psi_0 = 0.4$.

Начальные значения λ_i и проекций безразмерной абсолютной угловой скорости:

$$\lambda_0^0 = 0.9938, \lambda_1^0 = -0.0997, \lambda_2^0 = 0.0497, \lambda_3^0 = 0.005, \Omega_{x0} = 0.3, \Omega_{y0} = 1.1, \Omega_{z0} = 0.5,$$

что соответствует начальным значениям “самолётных” углов: $\varphi(0) = 0.2, \theta(0) = 0.1, \psi(0) = 0.0$.

Значения параметров ИСЗ и его орбиты приведены в таблице 1. В таблице 2 приведены границы промежутков, которые определяют их допустимые значения, обусловленные достаточными условиями асимптотической устойчивости, найденными в [3], и значениями величины управляющих моментов.

Таблица 1. Значения параметров ИСЗ и орбиты для численных экспериментов

Величина	Q , Кл	A , кг·м ²	B , кг·м ²	C , кг·м ²	i , °	R , км	ω_0 , рад/с
Значение	0.005	1000	1200	800	30	7000	0.0011259

Таблица 2. Границы промежутков для коэффициентов k_L, h_L, k_M, h_M

Коэффициент	k_L	h_L	k_M	h_M
Минимальное значение	0.0	500.0	$1.0 \cdot 10^6$	$0.5 \cdot 10^9$
Максимальное значение	50.0	3500.0	$7.0 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^9$

Применение каждого из описанных выше методов позволило определить оптимальные постоянные значения параметров k_L, h_L, k_M, h_M . Для сравнения рассмотренных методов оптимизации сведем все найденные значения параметров k_L, h_L, k_M, h_M и лучшее значение целевой функции Φ в таблице 3.

Таблица 3. Значения оптимальных параметров k_L, h_L, k_M, h_M и лучшего значения целевой функции Φ

Метод оптимизации	k_L	h_L	k_M	h_M	Φ
Метод роя частиц с переменными коэффициентами $\omega_{in}, c_{cogn}, c_{soc}$	49.3	3486.54	$6.66 \cdot 10^6$	$3.37 \cdot 10^9$	0.052
Метод роя частиц (библиотека psworm)	48.1	3495.44	$6.2 \cdot 10^6$	$3.04 \cdot 10^9$	0.1166
Дифференциальная эволюция	50.0	3500.0	$4.66 \cdot 10^6$	$3.77 \cdot 10^9$	0.1157
Метод имитации отжига (библиотека dual anneal)	50.0	3500.0	$4.2 \cdot 10^6$	$2.72 \cdot 10^9$	0.1166
Байесовская оптимизация	50.0	3500.0	$7.0 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^9$	0.1158

Сравнение значений параметров из таблицы 3 позволяет отметить сопоставимость результатов для всех рассмотренных методов. На рис. 1 показан процесс стабилизации ИСЗ при двух способах подбора параметров управления – с помощью технологии “роевого интеллекта” (метода роя частиц) и традиционно, исходя из достаточных условий асимптотической устойчивости.

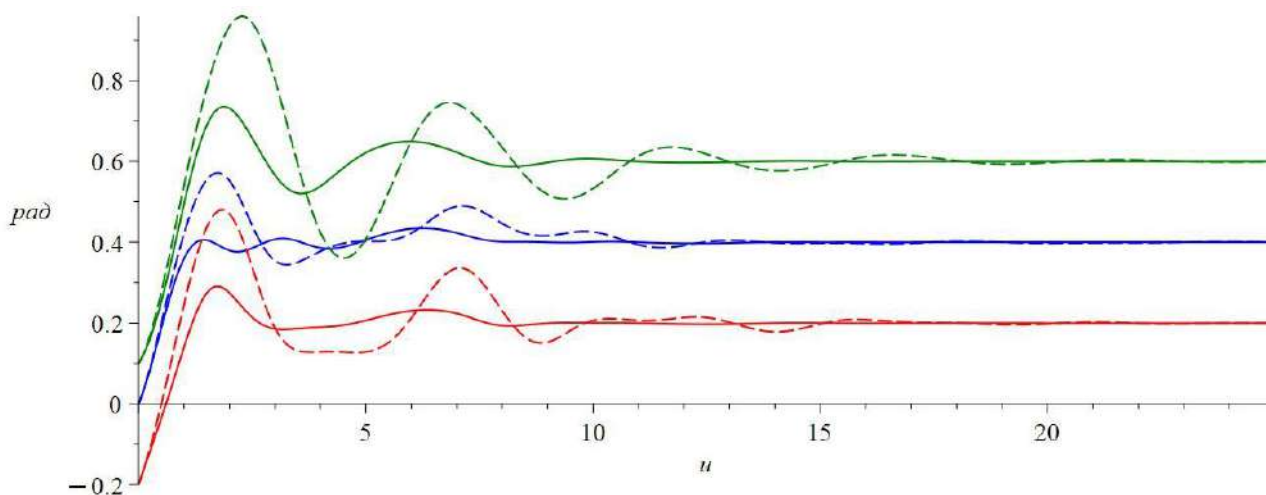


Рис. 1. Процесс стабилизации ИСЗ при параметрах управления, найденных методом роя частиц (сплошная линия) и заданных аналитически (пунктирная линия)

5. Заключение

В данном исследовании было проведено сравнение различных методов, относящихся к технологиям, развиваемым в рамках ИИ, в задаче управления угловым положением ИСЗ в орбитальной системе координат. Рассмотренный подход к выбору оптимальных значений параметров усиления электродинамической системы управления продемонстрировал лучший результат по сравнению с аналитическим способом выбора этих параметров, основанном на анализе области асимптотической устойчивости программного режима движения.

Наиболее перспективным стоит отметить метод роя частиц, который легко может быть адаптирован к определению переменных параметров k_L , h_L , k_M , h_M , например, в виде кусочно-постоянных функций с заранее заданным шагом. Также этот метод в дальнейшем может быть применен к системам, содержащим возмущения.

Применение готовых библиотек для языка программирования Python не всегда позволяет вносить необходимые изменения в параметры алгоритма, что, безусловно, снижает эффективность применения конкретного метода оптимизации. Поэтому является перспективным программирование алгоритмов оптимизации без привлечения сторонних библиотек.

Использование методов оптимизации, основанных на машинном обучении, позволяет сгладить переходный процесс стабилизации с помощью имеющихся органов управления путем подбора параметров управления.

Литература

1. Балухто А.Н., Романов А.А. Искусственный интеллект в космической технике: состояние, перспективы развития // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. – 2019. – Том 6, выпуск 1. – С. 65–75.
2. Tikhonov A.A., Giri D.K., Maksimenko M.V., Klyushin M.A. Combining magnetic and Lorentz attitude control systems to solve five satellite stabilization problems // Cybernetics and Physics. – 2025. – Vol.14, № 1. – P. 74–82. DOI: 10.35470/2226-4116-2024-14-1-74-82.
3. Maksimenko M.V., Tikhonov A.A. Electrodynamical attitude stabilization of a satellite in an indirect position // Acta Astronautica. – 2025. – Vol. 232. – P. 516–524. DOI: 10.1016/j.actaastro.2025.03.018.
4. Александров А.Ю., Тихонов А.А. Электродинамическое управление с распределенным запаздыванием для стабилизации ИСЗ на экваториальной орбите // Космические исследования. – 2022. – Т. 60, № 5. – С. 404–412. DOI: 10.31857/S002342062204001X.
5. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // Proc. Int. Conf. Neural Networks, IEEE. 1995. – P. 1942–1948. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968.
6. Drobysheva A., Roldugin D., Tkachev S. Application of the PSO for the construction of a 3-axis stable magnetically actuated satellite angular motion // Acta Astronautica. – 2022. DOI: 195. 10.1016/j.actaastro.2022.03.001.
7. Goldberg D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. – Boston: Addison-Wesley, 1989.
8. Hansen N., Ostermeier A. Completely Derandomized Self-Adaptation in Evolution Strategies // Evolutionary Computation. – 2001. – Vol. 9, № 2. – P. 159–195.

9. *Storn R., Price K.* Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces // *Journal of Global Optimization.* – 1997. – Vol. 11, № 4. – P. 341–359.
10. *Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P.* Optimization by Simulated Annealing // *Science.* – 1983. – Vol. 220, № 4598. – P. 671–680.
11. *Snoek J., Larochelle H., Adams R. P.* Practical Bayesian Optimization of Machine Learning Algorithms // *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS).* – 2012. – Vol. 25. – P. 2951–2959.
12. *Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E. et al.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // *Nat Methods.* – 2020. – Vol. 17. – P. 261–272. DOI:10.1038/s41592-019-0686-2.