ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ НА ПЛАТФОРМАХ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ТОРГОВЛИ

Гасанов И.И., Ерешко А.Ф.
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия
gasanov48@yandex.ru, asprs@ya.ru

Аннотация. Рассматривается проблема организации управления на базе платформ для высокочастотной торговли на финансовых рынках. Работа продолжает публикации на прошедших конференциях MLSD. Приводится аналитическое рассмотрение некоторых характеристик, которые определяют облик торговых платформ: алгоритм стохастической аппроксимации, пуассоновский процесс, вычислительный комплекс. Отмечается роль проблемы инвестирования.

Ключевые слова: алгоритм, высокочастотное управление, платформа, метод, модель, вычислительный комплекс.

Введение

Проблемам инвестирования посвящено значительное число публикаций, что является следствием базового значения этой деятельности для всей экономики. Особенность управления на финансовых рынках является его высокочастотный характер на электронных площадках.

Этот факт побуждает проведение разработок систем автоматической торговли, в том числе высокочастотной, что активно используется в решении проблем хеджирования, маркет-мейкинга, арбитража, управления клиентскими позициями. В работах [1, 2] был описан опыт использования разработанного авторами программного комплекса для высокочастотной торговли.

В настоящей работе проводится аналитическое рассмотрение некоторых характеристик, которые определяют облик торговых платформ: алгоритм стохастической аппроксимации, пуассоновский процесс, вычислительный комплекс.

1. Организация биржевой торговли

В целях автономности настоящего изложения на конференции дадим краткое описание принципов организации торговли на электронной биржевой площадке. В изложении будем рассматривать торговлю каким-либо одним товаром. Вся торговля проходит в компьютеризированном, электронном виде.

Сделки производятся согласно ордерам, поступающим на биржу от участников торгов по цифровым каналам связи. Каждый ордер – это заявка на операцию с торгуемым товаром. Используются также ордера на снятие выставленных заявок. Существует несколько типов заявок.

Мы здесь будем рассматривать только, так называемые, лимитные заявки. Лимитная заявка характеризуется множеством параметров, из которых для нас важны следующие:

- направление заявки, т.е. какая это заявка – на покупку товара или продажу,
- цена заявки, т.е. та наименее выгодная цена, на которую согласен участник,
- объём заявки в лотах, т.е. в условленных минимальных порциях товара,
- время авторизации, т.е. момент, когда заявка была обработана биржей.

Цены заявок не произвольны, а имеют минимальный шаг дискретизации h. Также дискретизированы и объёмы заявок, которые измеряются в лотах. Поступающие от участников торгов заявки встают в очередь на обработку. В каждый момент времени биржа обрабатывает не более одной новой заявки. Моменты авторизации – это некоторые точки на временной оси $\tau_0, \tau_1, ..., \tau_N$, где через τ_0 обозначен момент первой авторизации после начала торгов, а через τ_N – последней перед её окончанием. Время от поступления заявки до её обработки биржей очень невелико, но всё же существенно для участника. Это время не фиксировано и зависит от интенсивности потока поступающих заявок. Оно уменьшается с развитием используемой вычислительной техники. В момент обработки новой заявки биржа пытается свести её с противоположной по направлению ранее авторизованной заявкой. Под сведением понимается осуществление сделки между инвесторами, подавшими сводимые заявки. Пусть, для примера, обрабатывается заявка на покупку B с ценой C^B и

объёмом V^B. Биржа ищет среди уже обработанных, но не реализованных заявок на продажу такие, у которых цена $C^A \le C^B$. Если такие заявки имеются, то оформляется сделка.

2. Описание процесса биржевой торговли

В работе [1, 2] рассматриваются вопросы описания процессов, происходящих на биржевых площадках, с точки зрения их стохастической природы.

«При фиксированном внешнем информационном поле, т.е. при отсутствии тех или иных новостей, оказывающих влияние на финансовый рынок, наилучшими и естественными моделями потоков заявок являются пуассоновские процессы».

Описание составляет базис платформ для выработки управления процессом.

1. Лимитные заявки на покупку (продажу} приходят на ценовой уровень, расположенный на расстоянии i от лучшей котировки противоположного типа, в независимые моменты времени, имеющие экспоненциальное распределение с параметром $\lambda_i^+(\lambda_i^-)$.

2. Рыночные заявки на покупку (продажу} приходят в независимые моменты времени, имеющие экспоненциальное распределение с параметром $\mu_i^+(\mu_i^-)$.

3. Заявки на отмену лимитного ордера на покупку (продажу), находящегося на дистанции i от лучшей котировки того же типа, приходят с частотой $\theta_i^+(\theta_i^-)$.

Процесс дисбаланса числа заявок.

Рассмотрим два пуассоновских процесса $N^+(t)$ и $N^-(t)$ с интенсивностями соответственно

$$\lambda^+ = \mu^+ + \sum_i \lambda_i^+ + \sum_i \theta_i^- \ , \ \lambda^- = \mu^- + \sum_i \lambda_i^- + \sum_i \theta_i^+$$

По своей сути процессы $N^+(t)$ и $N^-(t)$ описывают число заявок от покупателей и продавцов соответственно, пришедших к моменту времени t .

В статье введен процесс

NOI $(t) = N^+(t) - N^-(t)$, названный (условным) *процессом дисбаланса числа заявок*. Это определение также допускает альтернативную формулировку, которая полезна для дальнейшего обобщения на заявки произвольных объемов, рассматриваемого ниже, а именно: под (условным} *процессом дисбаланса числа заявок* NOI (t) также можно подразумевать процесс, приращение которого на интервале [0, t] имеет вид

$$\text{NOI}\,(t) - \text{NOI}\,(0) = \sum_{j=1}^{N(t)} X_j \ ,$$

где $N(t)$ – пуассоновский процесс с параметром $\lambda = \lambda^+ + \lambda^-$, а $X_1, X_2, \ldots$.– независимые одинаково распределенные случайные величины такие, что

$$X_j = \begin{cases} +1 & \text{с вероятностью } \dfrac{\lambda^+}{\lambda^+ + \lambda^-}; \\ -1 & \text{с вероятностью } \dfrac{\lambda^-}{\lambda^+ + \lambda^-}, \end{cases} \qquad j = 1, 2, \ldots$$

Более того, случайные величины X_j стохастически независимы от процесса $N(t)$.

В работах [1, 2] исследуются разные усложнения модели, в частности, которые учитывают случайный характер интенсивностей потоков, и более приближенные к практике случаи.

Рассматривая различные модификации модели, авторы приходят к заключению, что исключительно высокая адекватность подобных распределений, в частности обобщенных гиперболических законов, в качестве моделей статистических закономерностей поведения характеристик финансовых рынков, отмеченная, например, в канонических работах, может служить теоретическим свидетельством в пользу мультипликативных представлений для интенсивностей потоков информативных событий на финансовых рынках.

Для практических задач принятия решений представляет интерес результаты работы, которые касаются свойств токсичности рядов данных из книг заявок [3, 4].

3. Задача постановки заявки на платформе

Рассматривается задача инвестора купить S акций в течение заданного промежутка времени $[0,T]$ на нескольких биржах K. В дальнейшем рассматривается биржа с комиссией f, куда будут отправляться рыночные заявки объемом M. Лимитные заявки объемов $(\mathrm{L}_1,\ldots,L_K)$ попадают в очередь уже существующих заявок $(\mathrm{Q}_1,\ldots,\mathrm{Q}_K)$ на уровень лучших бидов каждого из K стаканов, где $\mathrm{Q}_K \geq 0$. Предполагается, что все K лимитных заявок имеет одинаковую цену.

Вводится обозначение операции $(\mathrm{x})_+ \triangleq \max(x,0)$. Если инвестор не будет изменять свои заявки до времени T, то доход от каждой лимитной заявки к моменту времени T может быть явно посчитан с помощью функции потока заявок:

$$\min(\max(\xi_k - Q_k, 0), L_k) = (\xi_k - Q_k)_+ - (\xi_k - Q_k - \mathrm{L}_k)_+, \qquad k = 1,\ldots,K,$$

где ξ_k – суммарный отток от первых k элементов очереди. Отток ξ_k содержит заявки на отмену, которые имели место до момента времени T, которые находились в очереди перед заявкой L_k, и рыночные заявки, которые приходили на k-ую биржу до момента времени T.

Исполнимость лимитных заявок на бирже k зависит от размера заявки L_k, очереди Q_k перед ней, суммарного объема заявок на отмену C_k и объема рыночных заявок от $\xi_k = C_k + D_k$. Отметим, что объем исполняемых заявок суть случайная величина, так как зависит от случайного оттока заявок на уровне бида $\xi = (\xi_1,\ldots,\xi_k)$.

Суммарное количество купленных трейдером акций $\mathrm{A}(\mathrm{X},\xi)$ к моменту времени T и рыночных заявок – функция размещения заявок X и суммарного оттока очереди на уровне бида ξ:

$$\mathrm{A}(\mathrm{X},\xi) = \mathrm{M} + \sum_{k=1}^{K}((\xi_k - Q_k)_+ - (\xi_k - Q_k - L_k)_+)$$

Суммарная цена этой покупки состоит из величины, которая не зависит от решений инвестора, рассчитанной с помощью средней цены котировок, и из цены исполнения относительно средней цены котировок, которая задается соотношением

$$(h+f)\mathrm{M} - \sum_{k=1}^{K}(h+r_k)((\xi_k - Q_k)_+ - (\xi_k - Q_k - L_k)_+),$$

где h – середина спреда в момент времени 0, f – комиссия за сделку по рыночной заявке (уменьшение ликвидности), а $r_k, k = 1,\ldots,K$ – возврат за увеличение ликвидности на других биржах. Рыночные заявки уменьшают расходы, но приводят к риску не достигнуть целевого количества S, так как их исполнимость случайна. Чтобы отразить этот риск исполнимости, добавляется целевая функция штрафа за отклонение от целевого количества в обе стороны:

$$\lambda_u(S - A(X,\xi))_+ + \lambda_0(A(X,\xi) - S)_+,$$

где $\lambda_u \geq 0$, $\lambda_0 \geq 0$ – предельные штрафы за акцию, превысившую или недобравшую до целевого количества S соответственно. Кроме неблагоприятного выбора, параметры λ_u, λ_0 могут отражать предпочтения инвестора в смысле исполнимостей.

Задача оптимального размещения заявок Оптимальным размещением заявок является вектор $X^* \in \mathbb{R}_+^{K+1}$, который является решением

$$\min_{X \in \mathbb{R}_+^{K+1}} E[\upsilon(X,\xi)],$$

где

$$\upsilon(X,\xi) := (h+f)\mathrm{M} - \sum_{k=1}^{K}(h+r_k)((\xi_k - Q_k)_+ - (\xi_k - Q_k - L_k)_+) + \lambda_u(S - A(X,\xi))_+ + \lambda_0(A(X,\xi) - S)_+$$

– сумма стоимости исполнения и штрафа за риск.

Численное решение оптимизационной задачи

Вычисление целевой функции в задаче или ее градиента в любой момент времени предполагает вычисление математического ожидания (многомерного интеграла), который аналитически вычисляется очень сложно за исключением некоторых особых примеров. Предлагается процедура для вычисления оптимальной постановки заявок, используя исторические данные без определения распределения выходящего потока [5].

Далее численное решение основывается на робастном алгоритме стохастической аппроксимации [6, 7].

Рассмотрим целевую функцию $V(x) \triangleq \mathrm{E}[\upsilon(\mathrm{X},\xi)]$, которую требуется минимизировать, и обозначим $g(X,\xi) \triangleq \nabla\upsilon(X,\xi)$, где градиент берется по X. Стохастический алгоритм аппроксимации решает задачу минимизации следующим образом:

1. Выбрать $X_0 \in \mathbb{R}^{K+1}$ и размер шага γ;
2. Для $n = 1,...,N$ выполнить:
3. Взять независимую одинаково распределенную переменную $\xi^n \in \mathbb{R}^K$ из распределения F
4. Установить $X_n = X_{n-1} - \gamma g(X_{n-1}, \xi^n)$.
5. Закончить
6. Вычислить $\hat{X}^* \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} X_n$.

Здесь ξ^n независимы для каждого *n*, но для компонент каждого шага ξ^n требуется независимость.

В итерационном алгоритме вычисляется приближение $\hat{X}^*$, которое сходится к оптимальному в случае некоторых слабых предположений. Отметим, что в методах стохастической аппроксимации требуется брать случайные величины ξ из распределения F на каждом шаге для того, чтобы вычислить $g(X,\xi)$. Здесь величины ξ принимаются из исторических рядов.

Этот итерационный алгоритм позволяет учесть прошлые исполнения заявок и исторический поток заявок и получить решение для задачи размещения заявок. Так как этот метод требует лишь базовых арифметических операций, он также может быть использован для онлайн приложений, торгующих в режиме реального времени. и.

Результаты расчётов в значительной степени опираются на ряд содержательных допущений, принимаемых на основе эмпирических зависимостей, характерных для текущего рынка. Результаты проводимых расчётов демонстрируют возможную теоретическую и практическую приемлемость предложенного подхода при условии адаптации к реалиям конкретных рынков. Но следует учитывать особенности различных рынков, что и отмечается в работе.

При разработке проекта в настоящей работе следует учитывать особенности текущего рынка финансовых инструментов на основе биржевых данных.

4. Задача анализа потоков на основе модели ИНС

Адекватно рассмотреть указанный процесс как ряды преобразования потоков информации и привлечь для исследования технологию анализа ИНС (искусственной нейронной сети).

Введём обозначения.

Слои нейросети $V^n, n = 0,...N+1$. Вершины $v_i^n \in V^n, i = 0,...,I^n$.

Входящие рёбра $E_{input}^v = \{e_{ij}^n\}$, где n – номер слоя, $i = 0,...,I^{n-1}$, $j = 0,...,I^n$.

Выходящие рёбра $E_{output}^v = \{e_{ij}^n\}$, где n – номер слоя, $i = 0,...,I^n$, $j = 0,...,I^{n+1}$.

Сумматор, $x_j^n = \sum_{i=0}^{I^{n-1}} w_{ij}^n y_i^{n-1}$, $n = 1,...,N$.

Дифференцируемые функции активации $y_i^n = \varphi_i^n(x_i^n)$, $n, i > 0$.

Условие $y_0^n = 1 \, \forall n = 1,...,N$.

Входные параметры $y_i^0 = x_i^0$, $i > 0$. Выходные параметры y_i^{N+1}.

На вход последовательно подаются вектора показателей объектов из обучающего сета $Y_{ki}^0 = (y_{k1}^0, y_{k2}^0,..., y_{kI^0}^0)$, $k = 1,...,K$. На выходе будут вектора значений $Y_{ki}^{N+1} = (y_{k1}^{N+1}, y_{k2}^{N+1},..., y_{kI^{N+1}}^{N+1})$, отражающие рассчитываемые нейросетью ожидаемые характеристики тестируемого объекта в количестве I^{N+1}. Эти значения сравниваются с известными реальными значениями тех же характеристик данного объекта $\tilde{Y}_{ki} = (\tilde{y}_{k1}, \tilde{y}_{k2},,..., y_{kI^{N+1}})$. Рассчитывается невязка, некоторая функция потерь $\Phi((Y_{1i}^{N+1}, \tilde{Y}_{1i}), (Y_{2i}^{N+1}, \tilde{Y}_{2i}),..., (Y_{Ki}^{N+1}, \tilde{Y}_{Ki}))$, например, среднее квадратичное отклонение. Эта величина используется как критерий управления, при котором собственно управляющими параметрами будут веса w_{ij}^n. Поэтому функцию Φ можно записать как $\Phi(W)$, где $W = \{w_{ij}^n\}$ – весь набор весов сети.

Для настройки весов можно использовать различные модификации метода градиентного спуска. Для расчёта градиента требуется на текущем шаге процедуры рассчитать значения всех частных производных. Расчёт каждой из них можно осуществить посредством следующей рекурсивной процедуры. Пусть текущие значения весов $W = \{w_{ij}^n\}$. Цель – посчитать производную $\frac{\partial \Phi}{\partial w_{ij}^n}$. Для $n = N+1$ рассчитываются непосредственно величины $\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^{N+1}}$, и

$$\frac{\partial \Phi}{\partial w_{ij}^{N+1}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^{N+1}} \cdot \frac{\partial \varphi_j^{N+1}}{\partial x_j^{N+1}} \cdot \frac{\partial x_j^{N+1}}{\partial w_{ij}^{N+1}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^{N+1}} \cdot \frac{\partial \varphi_j^{N+1}}{\partial x_j^{N+1}} \cdot y_i^N,$$

$$i \in [1, I^N], \; j \in [1, I^{N+1}]$$

Для $n \le N$ процедура рекурсивная

$$\frac{\partial \Phi}{\partial w_{ij}^n} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^n} \cdot \frac{\partial \varphi_j^n}{\partial x_j^n} \cdot \frac{\partial x_j^n}{\partial w_{ij}^n} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^n} \cdot \frac{\partial \varphi_j^n}{\partial x_j^n} \cdot y_i^{n-1},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^n} = \sum_{r=1}^{I^{n+1}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_r^{n+1}} \cdot \frac{\partial x_r^{n+1}}{\partial y_j^n} = \sum_{r=1}^{I^{n+1}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_r^{n+1}} \cdot \frac{\partial \varphi_r^{n+1}}{\partial x_r^{n+1}} \cdot w_{jr}^{n+1} \right).$$

Последовательно рассчитываются $\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^m}$ от больших значений m к меньшим пока очередь не дойдёт до $m = n$. На практике целесообразно сначала, используя эту процедуру рассчитать все $\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_j^m}$ от больших m к меньшим, а затем искомые частные производные.

5. Описание программно-аппаратных комплексов для алготрейдинга

Вычислительную систему можно рассматривать, как замкнутую экосистему, взаимоотношения внутри которой строго регламентируются наборами решаемых задач. Модули экосистемы зависят друг от друга, в рамках предоставляемой и используемой информации.

Торговый модуль TE – это программная фронт-система, обеспечивающая получение рыночных данных, их обработку, нормализацию, расчет вспомогательных величин на основе предопределенных параметров, генерацию сигналов и реализацию сигналов в виде биржевых приказов, реализуемых посредством протокола биржевой площадки.

Аналитический модуль RD – это программная бэк-енд система, использующая рыночные данные для виртуализации биржевых торгов. Виртуальная торговля состоит из имитаций торговой активности

для поиска рационального решения математической модели с использованием критериев: максимальная прибыль, дисперсия доходов, количество заявок, транзакций, устойчивость к шоковым ситуациям на рынке.

Инфраструктурный модуль DB – это набор аппаратных решений, задачами которых являются поддержание работоспособности торгового, аналитического и статистического модулей. Одними из важных критериев для построения инфраструктуры комплекса алгоритмической торговли является быстродействие и отказоустойчивость.

Статистический модуль MIS – это набор программных средств, отвечающих за контроль, учет, агрегацию состояний и мониторинг торгового модуля.

Проблема построения программно-аппаратных систем, эффективно решающих задачи цифровой экономики, продолжает быть актуальной, и постоянно видоизменяется с появлением новых возможностей информационно-коммуникационных технологий [2].

6. Описание алгоритма управления в торговом модуле

Алгоритм использует два разных индикатора, для значений которых берётся линейная свёртка. По значениям свёртки принимается решение о том открыть ли позиции, закрыть ли или произвести инверсию имеющегося портфеля. Именно одновременное использование двух качественно разных индикаторов позволило значительно, в разы, повысить эффективность управлений.

Первый индикатор основан на движении стаканов. На каждом текущем шаге для определённого множества заявок Bid и Ask вычисляется среднее значение цены. Сейчас в качестве таких множеств используются первые 30 заявок с той и другой стороны, но я пробовал много других вариантов и, возможно, попробую ещё. Если средний Bid на текущем шаге увеличился по сравнению с предыдущим шагом, а средний Ask не уменьшился, то этому шагу присваивается направление 1. Если средний Ask на текущем шаге уменьшился по сравнению с предыдущим шагом, а средний Bid не увеличился, то этому шагу присваивается направление -1. В остальных случаях направление 0.

По отрезку шагов определяется тяготение тренда. Я использую отрезок в $L = 10$ шагов. Все значения направлений за последние 10 шагов суммируются с дисконтом. Коэффициент дисконтирования выбран равным 0.85. Это значит, что в сумму, определяющую тяготение текущее значение направления, войдёт с весом 1, а то, что было на $n < 10$ шагов раньше, с весом 0.85^{n-1}. Полученная сумма, индикатор тяготения – это и есть первый из индикаторов.

Второй индикатор проще и базируется на сравнении текущего объёма заявок на покупку и продажу. На шаге берётся, опять же, средняя цена некоторого множества заявок с той и другой стороны. Сейчас это те же 30 первых заявок Bid и Ask. Вычисляется отклонение среднего арифметического этих двух цен от середины спреда – это будет второй индикатор.

Вычисляется значение свёртки этих индикаторов. Если это значение по абсолютной величине больше некоторого заданного барьера $B1$, то портфель контрактов выбирается соответствующим знаку свёртки, т.е. если этот знак положителен, то в портфеле должны быть контракты на покупку, если отрицателен, то на продажу. Используется ещё один барьер $B2$. Если в портфеле находятся контракты на покупку, а текущее значение свёртки оказалось в интервале между $B1 \times B2$ и $-B1$, то портфель обнуляется. Аналогичным образом, портфель обнуляется, если в нём находятся контракты на продажу, а текущее значение свёртки оказалось в интервале между $-B1 \times B2$ и $B1$.

Далее алгоритмы для программирования на основе описанной модели ИНС.

7. Заключение

Приводимые описания предоставляют широкий набор инструментов для обоснованного построения платформ высокочастотной торговли.

Литература

1. *Гасанов И.И., Ерешко Ант.Ф.* Программный комплекс для высокочастотной биржевой торговли // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD’2021. Труды XIV межд. конф. М.: ИПУ РАН, 2021 (27-29 сентября 2021 года, Москва, Россия). – С. 405–413.
2. *Gasanov I.I., Ereshko Anm.F.* Overview of the Software Complex for High-Frequency Exchange Trading on the Stock Market // IEEE Xplore Digital Library. 14th International Conference on «Management of Large-Scale System Development» (MLSD’2021), Moscow, Russia, 2021. – P. 1–5.
3. *Gasanov I.I., Ereshko Ant.F., Vakhranev A.* Methods of Monte-Carlo in the problems of control at the ranks of historical data. // IEEE Xplore Digital Library. X International Conference Management of Large-Scale System

Development (MLSD), Moscow, Russia, 2017.
4. *Гасанов И.И., Ерешко Ант.Ф., Вахранев А.В.* Имитационные эксперименты с моделью книги заявок // Материалы X межд. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD’2017 (2-4 октября 2017 г., Москва, Россия). – Том I. – С. 193–195.
5. *Королев В.Ю., Корчагин А.Ю., Соколов И.А., Черток А.В.* О работах в области моделирования информационных потоков в современных высокочастотных финансовых приложениях // Системы и средства информ., 2014. – Том 24, выпуск 4. – С. 63–85. DOI: 10.1435708696527140404.
6. *Nemirovski A., Juditsky A., Lan G. and Shapiro A.* Robust stochastic approximation approach to stochastic programming // SIAM Journal on Optimization. – 2009. – № 19. – P. 1574–1609.
7. *Kukanov A.* Stochastic models of limit orders markets, Columbia University, 2013.