

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ПЕРЕКРЕСТОК С ВНУТРЕННИМИ СТОП-ЛИНИЯМИ<sup>1</sup>

Валуев А.М.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

valuev.online@gmail.com

*Аннотация. Развивается способ моделирования автотранспортного движения как случайного процесса для регулируемых перекрестков с учетом его пространственно-временной структуры. Учитываются взаимозависимости между проездом транспортных средств через все особые точки разрешенных путей проезда перекрестка. Предлагаемый подход может использоваться для структурно-параметрического управления перекрестком.*

*Ключевые слова: регулируемый перекресток, конфликтные точки, транспортный поток, пространственно-временная структура транспортного потока, схема пофазного разъезда, вероятностная модель, моделирование.*

## Введение

Разработка и использование математических моделей транспортных потоков различного типа получила в последние десятилетия широкое развитие [1]. Форма модели в значительной степени зависит от типа задач, для решения которых она предназначена, а также пространственных и временных диапазонов дорожного движения. Эти обстоятельства, помимо прочего, определяют отражение в модели случайных факторов в дорожном движении. Последние включают случайное чередование во входных потоках транспортных средств разного типа, с разным стилем вождения [2], а также случайное чередование ТС с разными направлениями проезда перекрестка. Количество ТС, поступающих на входы перекрестка за разные временные промежутки одинаковой продолжительности, также случайным образом колеблется, как и время проезда участка маршрута разными автомобилями. Действие случайных факторов частично нивелируется в дорожном движении на длинных однородных участках автомагистралей, но имеет чрезвычайно большое значение для движения на перекрестках. В связи с этим естественно развитие вероятностных моделей, в первую очередь для исследования трафика для регулируемых пересечений городских магистралей [3–9].

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию вероятностной модели [10, 11], предназначенной для краткосрочного прогнозирования дорожного движения на фрагментах городской дорожной сети при различных сценариях развития транспортного процесса. Объектом моделирования является проезд отдельных транспортных средств (ТС) или их групп (кластеров) через область перекрестка с прилегающими участками входных и выходных дорог. В развиваемых моделях применяется дискретно-непрерывное представление дорожного движения, выражающее цель моделирования – описать проезд транспортного потока в целом по отдельным направлениям проезда перекрестка в условиях светофорного регулирования. Оно состоит в том, что движение транспортного средства по маршруту проезда перекрестка характеризуется как последовательное прохождение его выделенных точек – стоп-линий и конфликтных точек разветвления, пересечения и слияния маршрутов, причем моменты их проезда, являющиеся основными переменными модели, не дискретизируются. Настоящая модель, как и [11], отличается явным учетом пространственно-временной структуры транспортных потоков [12]. Конкретные формы этой структуры в предлагаемой модели отражают особенности рассматриваемого здесь типа перекрестков, в которых, в частности, образуются очереди перед внутренними стоп-линиями.

Развиваемая в работе модель дорожного движения на перекрестке сочетает определенную интерпретацию стохастических факторов применительно к многосекционным перекресткам с использованием общей логики дорожного движения, детализированной до траекторий единичных ТС. Эта логика включает рекурсивные связи между траекториями последовательных ТС на маршрутах [13]. Из детерминированной модели заимствуется понятия события. В содержательном плане событие есть изменение характера процесса движения для единичного автомобиля или их группы, в формальном представлении – либо достижение одной из гиперповерхностей переключения фазовым вектором, описывающим положения (и, возможно, скорости) участников дорожного движения, либо переключение в системе регулирования.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена за счет средств Государственного задания, код (шифр) научной темы, присвоенной учредителем (организацией) FFGU-2024-0019

## 1. Организация движения на сложном перекрестке, структура перекрестка и транспортных потоков на нем

Для формализованного представления и прогнозирования дорожного движения на сложном перекрестке необходимо определить топологию и геометрию системы разрешенных путей его проезда. Система путей может быть определена в виде ориентированного графа с некоторыми особенностями. Степень детализации для описания структуры перекрестка должна быть достаточной для учета взаимодействия потоков по разным направлениям между собой и с системой управления, влияющей на движение путем светофорного регулирования. Для описания движения через перекресток достаточно охарактеризовать каждый путь средней линией дорожной полосы, по которой он проходит.

В связи со сказанным на путях проезда перекрестка, детализированным до отдельных дорожных полос, выделяются ключевые точки, условия проезда которых определяют движение по этим путям. Эти условия состоят в следующем. Точка, соответствующая стоп-линии, блокируется для проезда при включении красного света для соответствующего направления и разблокируется при включении зеленого света. Сложный перекресток отличает многостадийный проезд по некоторым путям, на которых имеется несколько стоп-линий.

Точка, обозначающая место слияния путей при их последовательном проезде по сливающимся маршрутам, в период проезда через нее последовательности по определенному направлению блокируется для других направлений. Точка, обозначающая место пересечения двух путей, в случае проезда по этим путям на следующих друг за другом фазах светофорного цикла в период проезда через нее последовательности по первому из них блокируется для второй последовательности. Точка слияния или пересечения не блокирует никакое направление, если проезд через нее по разным направлениям разделен целыми фазами; такие точки не учитываются в структуре перекрестка. Последний случай, однако, редок и возможен только в случае четырехфазных циклов, весьма мало распространенных. Таким образом, практически используемое описание структуры перекрестка, вообще говоря, привязывается к разделению путей проезда между фазами светофорного цикла – схеме пофазного разъезда.

Отметим, что внутренние стоп-линии разделяют сложный перекресток на простые. Проезд каждого из них регулируется собственной системой светофоров с собственным светофорным циклом, которые объединяет лишь одинаковая продолжительность.

Периоды блокировки на стоп-линиях являются детерминированными, а на точках пересечения – случайными, продолжительность которых на отдельных циклах колеблется в силу различных факторов, относящихся к размеру и составу последовательностей транспортных средств на путях. Иначе говоря, задержки на точках слияния и пересечения могут отсутствовать на одних циклах и колебаться на других.

В настоящей работе не рассматривается случай разветвления путей на перекрестке и схемы пофазного разъезда, допускающие одновременное слияние потоков по двум направлениям. Соответственно структура перекрестка представляется в общем виде в этих предположениях. В дальнейшем такие ограничения могут быть сняты.

Общее описание системы путей через зону перекрестка, детализированных до уровня дорожных полос, состоит в следующем. Она представляется в виде помеченного особым образом ориентированного графа  $G$ , в котором дуги  $j \in J$  соответствуют участкам осевых линий дорожных полос, вершины  $k \in K$  – границам зоны перекрестка (они являются граничными вершинами, образующими множества  $K_0$  и  $K_2$ ), стоп-линиям, точкам пересечения, слияния и разветвления полос (они составляют множество внутренних вершин  $K_1$ ). Для допустимых путей проезд через внутреннюю вершину возможен только между определенными парами инцидентных дуг: с каждой входящей в узел  $k$  дуги (что формально обозначается  $j \in IN(k)$ ) допускается переход на исходящие дуги из множества  $J_{NEXT}(j)$ . В содержательном аспекте, запрет на переход между некоторыми парами инцидентных дуг относится только к точкам пересечения полос.

Система разрешенных путей проектируется на основе содержательных требований, но может быть формально установлена по графу  $G$ . Обозначая начальную и конечную вершины  $j$ -й дуги соответственно  $K_{ARC0}(j)$  и  $K_{ARC1}(j)$ , заметим, что любой допустимый путь  $P$  проезда перекрестка есть последовательность  $j_P(P, 1), \dots, j_P(P, N_P(P))$ , где  $K_{ARC0}(j_P(P, 1)) \in K_0$ , и  $j_P(P, l+1) \in J_{NEXT}(j_P(P, l))$ ,  $l = 1, \dots, N_P(P) - 1$ ,  $K_{ARC0}(j_P(P, N_P(P))) \in K_1$ . Тот же путь может быть описан как последовательность вершин  $k_P(P, 1), \dots, k_P(P, N_P(P) + 1)$ , где  $k_P(P, 1) = K_{ARC0}(j_P(P, 1))$  и  $k_P(P, s+1) = K_{ARC1}(j_P(P, s))$ ,  $s = 1, \dots, N_P(P)$ . Эти вершины далее называются также *узлами маршрута*.

Рассмотрим пример (рис. 1), показывающий с некоторыми упрощениями основные черты структуры реального перекрестка в центре Москвы и его разделение на западную и восточную секции стоп-линиями 1.1 и 2.3. Въезд на западную секцию перекрестка регулируется первой системой светофоров, управляющих пересечением стоп-линий 1.1, 1.2 и 1.3, а проездом стоп-линий 2.1, 2.2 и 2.3 на восточной стороне управляет вторая система светофоров.

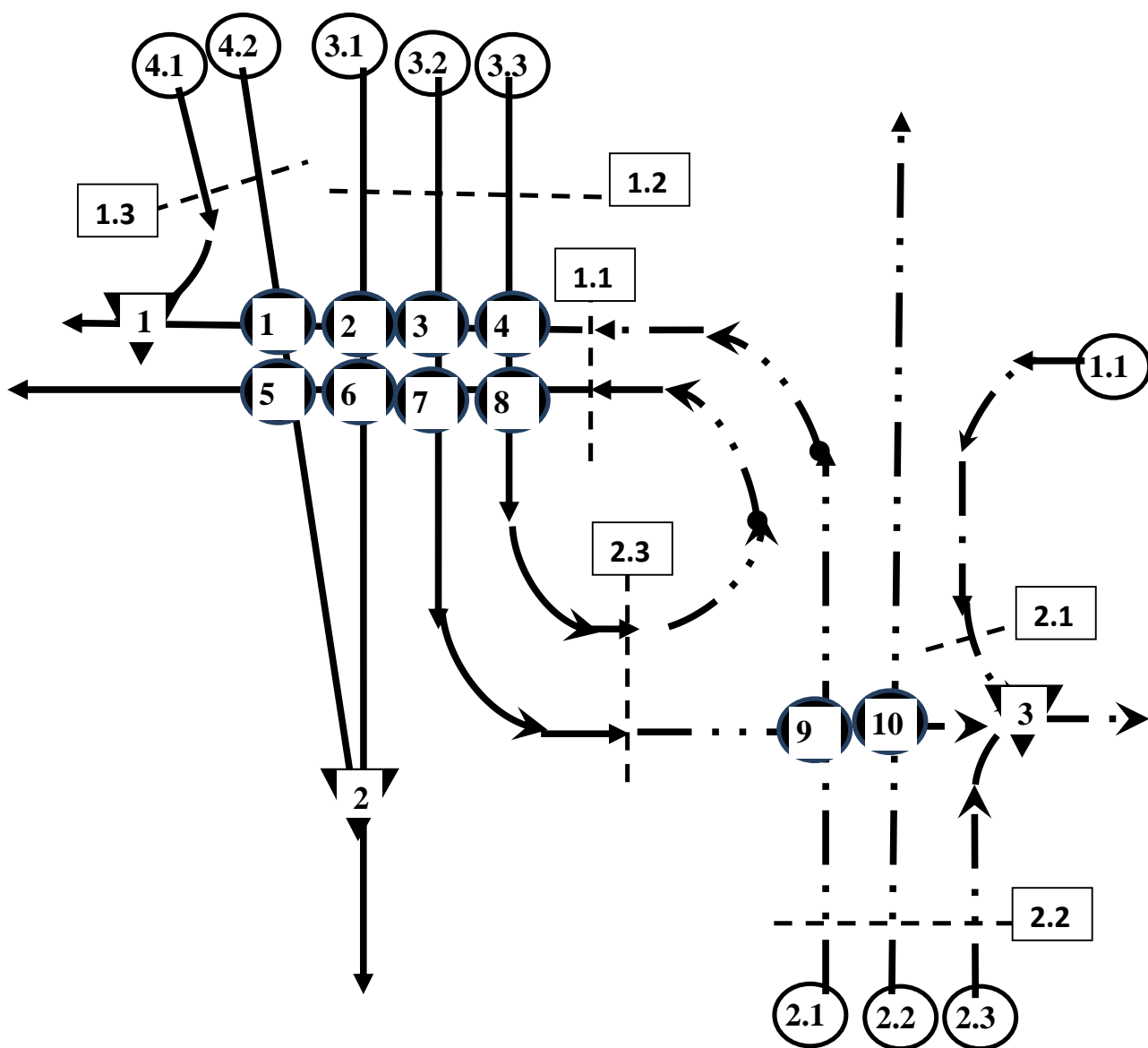


Рис. 1. Структура многосекционного перекрестка  
 Участки путей: в западной секции —————, в восточной — - - - - -

Маршруты проезда перекрестка неодинаковы по своей сложности: путь от входа 2.2. пересекает лишь одну стоп-линию 2.2 и не соединяется с другими, от входа 3.3 – самопересекается и пересекает три стоп-линии, каждая из которых может быть местом остановки. Остальные маршруты соединяются с другими в точках слияния 1, 2 или 3. Из десяти точек пересечения маршрутов наиболее проблемной является девятая; проезд через нее от стоп-линии 2.3 может надолго блокироваться очередью за стоп-линией 1.1. Данное пересечение путей существует в действительности; отмеченная задержка неоднократно наблюдалась, а преодоление блокировки иногда осуществлялось путем попятного движения автомобиля, занявшего эту точку.

Разделение любого маршрута проезда области перекрестка на части стоп-линиями, активными и, возможно, активизируемыми конфликтными точками, а также переключения светофоров создают особый характер дорожного движения. Типичной ситуацией для потоков высокой и средней интенсивности является образование в течение красных фаз очередей из неподвижных автомобилей перед стоп-линиями. Перед входными стоп-линиями очереди образуются на каждом цикле, перед

внутренними могут и не образовываться на некоторых циклах. Такие цепочки ТС после переключения светофора начинают связанное движение с минимальными безопасными промежутками между последовательными ТС, т.е. образуют *кластеры* (в отечественной терминологии – «пачки»). К ним могут присоединяться с сохранением связанного движения и ТС, прибывающие к входу маршрута в течение зеленой фазы. При этом минимальное безопасное расстояние между лидером и преследователем определяется не только скоростями обоих, но и объективными характеристиками конкретных автомобилей. Кроме того, они зависят также от психофизических свойств водителя [2], а для автопилотируемых автомобилей – от используемого алгоритма круиз-контроля. Эти индивидуальные факторы неизвестны системе управления, поэтому следует исходить из того, что минимальное безопасное расстояние есть случайная величина, зависящая от параметров – скоростей лидера и преследователя.

Другими компонентами транспортного потока, особенно в случае его малой или умеренной интенсивности, являются свободные ТС, движущиеся независимо от других на желательной безопасной скорости, определяемой в зависимости от геометрии маршрута и типа транспортной единицы «автомобиль-водитель». Движение головных ТС кластеров и свободных ТС подчиняется одним и тем же закономерностям.

Кластеры, образуемые в результате регулирования на близлежащих предшествующих перекрестках или пешеходных переходах, могут составлять часть потоков до входов перекрестка. Поступление транспортных потоков на входы перекрестка зависит от пространственно-временной структуры потока на входных дорогах. Характерны следующие случаи: чередование на дороге участков, занятых кластерами, и пустых участков (в частности, при пешеходных переходах); чередование участков, занятых кластерами разной плотности из-за различий в интенсивности движения по направлениям. При плотном и медленном трафике кластеры сливаются, но цикличность сохраняется.

При проезде стоп-линий, как входных, так и внутренних, кластеры не только образуются, но и преобразуются: от проезжающей последовательности автомобилей отделяется хвостовая часть, начиная с ТС, останавливающегося непосредственно перед стоп-линией в силу невозможности пересечь ее до включения красного света. В точках слияния кластеры также преобразуются: к последовательности автомобилей, начавших проезд участка маршрута на более ранней зеленой фазе от последней стоп-линии, присоединяется кластер, начавший проезд участка своего маршрута на следующей фазе. Следует подчеркнуть, что стоп-линии, открывающие проезд до точки слияния, управляются всегда одним и тем же светофорным циклом, что в рассматриваемом нами случае схема пофазного разъезда без активного слияния приводит к последовательному слиянию кластеров. Описанные события преобразования кластеров в выделенных узлах маршрута являются случайными и на некоторых циклах могут не происходить.

Совокупность автомобилей, движущихся по одному маршруту и пересекших стоп-линию в течение одной фазы (однофазная последовательность), независимо от того, представляет ли она один кластер или имеет более сложную структуру, выступает как единое целое при проезде конфликтных точек пересечения и слияния маршрутов и взаимодействия в этом отношении с другими подобными последовательностями. Для удобства изложения и в связи с отсутствием общепринятого термина для обозначения таких последовательностей введем для них название «*пакет ТС*» по аналогии с термином из области передачи данных. При отсутствии разветвления маршрута в пределах секции перекрестка пакет сохраняет свой состав и порядок входящих в него автомобилей, а в точке слияния может соединяться с пакетом, проезжающим ее перед ним.

## **2. Система взаимосвязей в представленной модели**

Модель в целом характеризуется набором возможных типов событий, условиями наступления события каждого типа и множеством переменных, относящихся к наступлению событий и выражающих их результат. Ввиду того, что предметом моделирования являются траектории автомобилей, проезжающих перекресток в течение моделируемого периода, а сами траектории представлены последовательностями проезда отдельных узлов маршрута (и остановок перед некоторыми из них), события проезда узлов и остановок и являются основными в модели. Логика движения по маршруту применительно к отдельным ТС и их группам не связана с учетом случайного характера процессов, он проявляется при конкретной интерпретации используемых зависимостей. Представление движения отдельных автомобилей следует общей парадигме «модели следования за лидером» [1], т.е. определения движения автомобиля («преследователя») в зависимости от предыдущего («лидера»). Лидер для конкретного автомобиля один и тот же до точки разветвления или

точки слияния (при их наличии), причем в точке слияния новый лидер определяется лишь для головного автомобиля пакета ТС – им становится хвостовой автомобиль предыдущего пакета.

Прежде чем представить модель в целом, нужно определить ее содержательную основу – логическую взаимосвязь между событиями разных типов. Применительно к движению отдельных ТС переменными события прохождения автомобилем очередного узла  $E$  является его момент  $T(E)$ , скорость  $V(E)$  (для некоторых вариантов модели) и место, т.е. порядковый номер в текущем кластере  $N(E)$ ; если ТС движется свободно, вне кластеров, полагаем  $N(E) = 1$ . Существует несколько типов связей между величинами для событий проезда текущего узла ( $T(E_2), V(E_2), N(E_2)$ ) и предыдущего узла ( $T(E_1), V(E_1), N(E_1)$ ), а также, в зависимости от типа связи, другими переменными, характеризующими событие для его лидера ( $T_L(E_2), V_L(E_2), N_L(E_2)$ ) или для хвостового транспортного средства кластера на предыдущем маршруте ( $T_{TP}(E_2), V_{TP}(E_2), N_{TP}(E_2)$ ), или моменты переключения светофора на красный или зеленый для одной из соответствующих фаз  $PH - T_{PH1}(PH), T_{PH0}(PH)$ , – если узел соответствует стоп-линии. Кроме того, в взаимосвязи, касающиеся проезда точки разветвления, входят идентификаторы ветви для самого ТС ( $B$ ) и его лидера ( $B_L$ ).

Переезд одного ТС между двумя узлами может осуществляться разными способами (ниже названными маневрами) и вызывать разные события (например, проезд узла или остановку перед ним) или порождать разные значения переменной состояния  $N(E_2)$  для события во втором узле. В следующих таблицах 1–3 они перечислены в порядке приоритетности для водителя. Невозможность маневра из-за несоблюдения условий безопасности или требований организации дорожного движения определяет необходимость перейти к другому, менее приоритетному. Условия допустимости маневра выражаются ограничениями на значения переменных  $V(E_2), N(E_2)$  при его осуществлении. В частности, для пересечения стоп-линии эти условия выражаются как  $T(E_2) \leq T_{PH1}(PH)$ . Для рассматриваемого маршрута для зеленой фазы  $PH$  следующая зеленая фаза обозначается ниже  $H_{PLUS}(PH)$ .

Для моделирования движения отдельных ТС события разделяются на основные и дополнительные. Основные события – это проезд узла маршрута, включая вход на маршрут в его начале и выход в его конце. Для них определяются момент времени  $T(E)$ , скорость  $V(E)$  и место в кластере либо состояние свободного движения ( $N(E)$ ). Дополнительные события – это остановки перед узлами – стоп-линиями и другими временно заблокированными узлами. Рассматривать такие события нужно лишь для тех ТС, которые останавливаются непосредственно перед заблокированным узлом. Последующие автомобили либо в период блокировки образуют очередь на проезд узла, а затем возобновляют движение в составе кластера, либо еще не успевают подъехать до окончания блокировки. Моменты дополнительных событий не имеют значения для показателей проезда перекрестка, поскольку независимо от них возобновление движения происходит через короткое время (вообще говоря, зависящее от типа транспортной единицы) после снятия блокировки с начальной нулевой скоростью. Каждое событие остановки воспроизводится в модели как факт, от которого зависят переменные последующего основного события. Действительно, без остановки проезд узла продолжается в прежнем режиме. С формальной точки зрения, в зависимости от наличия или отсутствия остановки переходы между двумя основными событиями выражаются разными взаимосвязями. Особенности переходов между событиями, сформулированные в развитие [11], показаны в таблицах 1–3.

Далее представлены типы зависимостей, выражающие перечисленные взаимосвязи. При последовательном проезде автомобилем двух узлов в свободном движении или во главе кластера момент и скорость во втором узле определяется моментом и скоростью в первом узле, что схематически выражается соотношениями,  $T_{21}(T_1, V_1), V_{21}(T_1, V_1)$ . Частным случаем такой динамики является старт с места головы очереди, с момента его разблокировки  $T_{S0}$ ; эта зависимость записывается как  $T_S(T_{S0}), V_S(T_{S0})$ . В случае проезда свободного узла транспортным средством в составе кластера, находящимся в нем на  $N$ -м месте, момент и скорость в узле зависит от момента и скорости лидера в этом узле. Это схематически выражается соотношениями  $T_{22}(T_L, V_L, N), V_{22}(T_L, V_L, N)$ . На основе этих взаимосвязей представляются любые звенья траектории отдельного ТС в виде переходов между двумя узлами с учетом их возможных вариантов.

Таблица 1. События и переходы, связанные с проездом входной или внутренней стоп-линии

Предыдущее событие	Новое событие	Маневр	Влияющие переменные	Новые переменные
Вход в зону перекрестка или проезд последнего узла перед внутренней стоп-линией	Пересечение стоп-линии	Сохранение прежнего режима	$T(E_1), V(E_1), N(E_1),$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N(E_1), PH = PH_L$
		Присоединение к следующему кластеру перед стоп-линией	$T_L(E_2), V_L(E_2), T_{PH1}(PH_L)$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N_L(E_2) + 1, PH = PH_L$
	Остановка перед стоп-линией	Торможение для остановки в узле		$T(E_2), V(E_2) = 0, N(E_2) = 1, PH_2 = H_{PLUS}(PH_1)$
Остановка перед стоп-линией в качестве лидера нового кластера ( $N(E_1) = 1$ )	Пересечение стоп-линии	Старт с ускорением	$T_{PH0}(PH)$	$T(E_2), V(E_2) = 0, N(E_2) = N(E_1)$

Таблица 2. События и переходы, связанные с прохождением точек разветвления (КТР)

Предыдущее событие	Новое событие	Маневр	Влияющие переменные	Новые переменные
Прохождение предыдущего узла	Прохождение КТР, если $B = B_L$	Сохранение прежнего режима	$T(E_1), V(E_1), N(E_1),$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N(E_1)$
		Присоединение к следующему кластеру перед КТР	$T_L(E_2), V_L(E_2)$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N_L(E_2) + 1$
	Прохождение КТР, если $B \neq B_L$	Изменение режима на свободный по проезде КТР		$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = 1$

Таблица 3. События и переходы, связанные с прохождением неактивных точек пересечения (КТП) и слияния (КТС)

Предыдущее событие	Новое событие	Маневр	Влияющие переменные	Новые переменные
Прохождение предыдущего узла при $N(E_1) > 1$	Прохождение следующего узла	Сохранение прежнего режима	$T(E_1), V(E_1), N(E_1), T_L(E_2), V_L(E_2)$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N(E_1)$
		Присоединение к следующему кластеру перед узлом	$T(E_1), V(E_1), N(E_1), T_L(E_2), V_L(E_2), N_L(E_2)$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N_L(E_2) + 1$
Прохождение предыдущего узла при $N(E_1) = 1$	Прохождение следующего узла без задержки	Сохранение прежнего режима	$T(E_1), V(E_1), T_{LIB}(E_2)$	$T(E_2), V(E_2)$
	Прохождение активизированного КТП после задержки	Торможение, а потом, может быть, ускорение		
	Прохождение активизированного КТС после задержки	Присоединение к следующей пачке перед узлом	$T(E_1), V(E_1), T_{LIB}(E_2), N_{NL}(E_2),$	$T(E_2), V(E_2), N(E_2) = N_{NL}(E_2) + 1;$ идентификатор лидера

Рассмотрим момент проезда стоп-линии автомобилем, появившимся на входе маршрута в известный момент с известной скоростью. Если этот автомобиль двигался свободно, для момента проезда и скорости в этот момент могут применяться соотношения  $T_{2A} = T_{21}(T_1, V_1)$ ,  $V_{2A} = V_{21}(T_1, V_1)$ . При этом величина  $N$  в момент проезда стоп-линии есть  $N_{2A} = 1$ . Но если его лидер пересек стоп-линию в момент времени  $T_L$  и  $T_{2B} = T_{22}(T_L, V_L, N_L + 1) > T_{2A}$ , то  $T_{2B}$  — самый ранний возможный момент проезда стоп-линии; в этом случае скорость в этот момент равна  $V_{2B} = V_{22}(T_L, V_L, N_L + 1)$  и место в

кластере  $N_{2B} = N_L + 1$ . Пусть лидер проехал стоп-линию на зеленой фазе  $PH$ , заканчивающейся в момент времени  $T_{1PH}$ , а следующая зеленая фаза  $PH1$  начинается в момент  $T_{0PH1}$ . Тогда если  $T_{2M} = \max\{T_{2A}, T_{2B}\} \leq T_{1PH}$ , то проезд происходит в момент  $T_2 = T_{2M}$  с соответствующими значениями скорости и места в кластере. В противном случае

$$T_2 = T_S(T_{0PH1}), V_2 = V_S(T_{0PH1}), N_2 = 1. \quad (1)$$

Если же появление на входе произошло в составе кластера с  $N_1 > 1$ , то для момента проезда стоп-линии ранее  $T_{1PH}$  есть единственный вариант, характеризуемый значениями  $T_2 = T_{2B}$ ,  $V_2 = V_{2B}$ ,  $N_2 = N_{2B}$ . Если же  $T_{2B} > T_{1PH}$ , используются зависимости (1). Тогда последовательность автомобилей на маршруте разделяется, и в ее составе формируется новый кластер, с рассматриваемым автомобилем в качестве головного.

При проезде точки разделения его момент  $T_2$  определяется по тем же соотношениям, как  $T_{2M}$  или  $T_{2B}$ , с соответствующим определением  $V_2$ . Но  $N_2$  определяется иначе: если автомобиль проехал узел по той же ветви, что и лидер, то он присоединился к тому же кластеру, что и лидер, поэтому  $N_2 = N_L + 1$ . Иначе между ТС и его новым лидером образовался промежуток, больший минимального безопасного расстояния, и движение по ветви начинается как свободное,  $N_2 = 1$ .

Наоборот, состав кластеров при проезде между двумя узлами любого типа сохраняется или даже увеличивается. При проезде через незаблокированный узел автомобиль, проехавший предыдущий узел в свободном движении, может проехать следующий в составе кластера, а значит, в силу тех же соображений момент его проезда определяется как  $T_2 = \max\{T_{2A}, T_{2B}\}$ . Для ТС, бывших в составе кластера в предыдущем узле, по-прежнему  $T_2 = T_{22}(T_L, V_L, N_L + 1)$ . Но эти соотношения верны и, если головное ТС кластера останавливалось при проезде этого узла.

Проезд через временно заблокированные узлы нужно специально рассматривать только для первого ТС в последовательности, начавшей проезд по маршруту на определенной фазе, поскольку последующие либо проезжают его с остановкой или торможением в составе кластера, либо заведомо после его разблокировки. Если  $T_{2A} < T_0$ , справедливы соотношения типа (2.1) с  $T_0$  вместо  $T_{0PH1}$ . Проезд через временно активизированную точку слияния отличается характером движения остановившегося перед ней автомобиля: после ее проезда оно происходит обязательно в составе кластера. Таким образом, если устанавливается в результате проверки соответствующего условия, что  $T_0 > T_{2A}$ , то имеем  $N_2 = N_L + 1$ ,  $T_2 = T_{22}(T_L, V_L, N_L + 1)$  и  $V_2 = V_{22}(T_L, V_L, N_L + 1)$ .

Перечисленные взаимосвязи полностью определяют динамику транспортных средств при проезде перекрестка, при условии, что известны значения величин  $T_{1PH}$  и  $T_{0PH1}$  для стоп-линий и  $T_0$  для временно блокируемых точек пересечения и слияния для соответствующих зеленых фаз. Но первые соответствуют заданной программе переключения светофоров, либо определяются по показателям прохождения потоков по маршрутам на предыдущих фазах.

Конкретное формульное выражение системы соотношений модели сформулировано в [14]. Ввиду ограничений на объем публикации привести его здесь невозможно ввиду большого количества этих соотношений, отражающих сложную логику движения с проездом стоп-линий и конфликтных точек (более 50 формул).

### 3. Статистические характеристики для прогнозирования движения на сложном перекрестке и их использование в модели

Исходя из заявленной цели, нужно указать, для каких величин требуется устанавливать статистические характеристики. В ранее опубликованных работах ключевым подходом к описанию процесса дорожного движения на перекрестке служит пространственная дискретизация процесса определенного типа. А именно, процесс рассматривается как совокупность перемещений транспортных средств между выделенными точками (узлами) маршрутов, которыми служат конфликтные точки пересечения, слияния и разветвления маршрутов, точки пересечения стоп-линий с осями маршрутов (точнее говоря, дорожных полос, по которым проходят маршруты), а также условно вводимые входы и выходы маршрутов. Мы не рассматриваем возможность перестроения автомобиля между параллельными полосами при проезде перекрестка, которая либо отсутствует, либо приводит к небезопасному движению. Подразумевается, что автомобиль (положение которого характеризуется положением середины переднего бампера) перемещается по осевым линиям дорожных полос, составляющих маршрут. В рассматриваемых моделях движение отдельного ТС полностью характеризуется последовательностью событий проезда узлов маршрута, а также, возможно, остановки перед заблокированным узлом. Таким образом, для прогнозирования процесса дорожного движения

на перекрестке требуется установить количественные характеристики перемещения отдельного транспортного средства между двумя узлами в определенном контексте. Последний характеризуется состоянием первого и второго узла при таком перемещении (заблокирован или допускает проезд), а также текущим положением автомобиля в последовательности транспортных средств на маршруте.

На участке маршрута от входной или внутренней стоп-линии до конца маршрута или до новой стоп-линии образуется последовательность из автомобилей, прошедших начальный узел в течение одной фазы светофорного регулирования для этого узла. Соответственно, выделяется по своему положению начальный автомобиль последовательности. Как правило, он возглавляет кластер из автомобилей, движущихся в режиме связанного движения на минимальном безопасном расстоянии друг от друга. Следует подчеркнуть, что минимальное расстояние между лидером и преследователем, объективно зависящее от скоростей обоих, водителями воспринимается субъективно и фактически неодинаково в одинаковых условиях, что подтверждается наблюдениями. Кроме начального кластера, при определенных обстоятельствах, наиболее часто встречающихся при менее интенсивном движении по направлению, последовательность может включать и другие кластеры, а также одиночные (свободные) автомобили. Применительно к такой структуре потока автомобили последовательности в каждый определенный момент движения либо движутся свободно (одиночные автомобили и головные ТС кластеров), либо имеют порядковый номер  $N_{ORD} > 1$  в своем кластере. Всё перечисленное определяет тип маневра отдельного автомобиля при движении от одного узла к другому.

Определяется следующая система маневров транспортных средств, для которых устанавливаются статистические характеристики

M1. Свободный проезд через начальный и конечный узел без остановки перед обоими при условии свободного появления на входе маршрута.

M2. Связанное движение в составе кластера между двумя узлами без остановки перед обоими

M3. Свободный проезд через начальный узел с остановкой перед конечным при условии свободного появления на входе маршрута.

M4. Связанное движение в составе кластера между двумя узлами с остановкой перед конечным при условии свободного появления головного ТС кластера на входе маршрута

M5. Движение транспортного средства, остановившегося перед начальным узлом, с момента его разблокировки с последующим свободным проездом второго узла.

M6. Связанное движение транспортного средства в составе кластера, головное ТС которого остановилось перед начальным узлом, с момента его разблокировки с последующим свободным проездом второго узла.

M7. Движение транспортного средства, остановившегося непосредственно перед начальным узлом, с момента его разблокировки с последующей остановкой перед вторым узлом.

M8. Связанное движение транспортного средства в составе кластера, головное ТС которого остановилось перед начальным узлом, с момента его разблокировки с последующей остановкой перед вторым узлом.

Пример статистических зависимостей, относящихся к пересечению стоп-линии на развороте, представлен в таблице 4. Данные получены для восточной секции перекрестка, аналог которого представлен на рис.1 (стоп-линия 2.1). Данные сгруппированы по значению  $N$  порядкового номера лидера (ввиду близости средних значений для групп значений  $N$  и выражают значения временного интервала между моментами проезда стоп-линии лидером и преследователем. Отсутствие в представленных данных зависимости от скорости лидера отражает, с одной стороны, трудность ее оценивания с приемлемой точностью, а с другой – второстепенное влияние скорости ввиду жесткой взаимосвязи между автомобилями в кластере.

Эмпирическое изучение транспортных потоков путем отслеживания траекторий отдельных транспортных средств [2] показывает наличие в потоке многих типов транспортных единиц «автомобиль-водитель», но во множестве этих типов наблюдается определенная упорядоченность: Те транспортные единицы, которые быстрее разгоняются, быстрее и тормозят, для них безопасное расстояние меньше по всему диапазону скоростей и скорость свободного движения также выше. Обработка данных наблюдений позволяет выявить ряд статистических зависимостей, на которых и должно основываться моделирование дорожного движения в рассматриваемых условиях. Сказанное выше позволяет единообразно интерпретировать эти зависимости. Разброс значений измеряемой переменной при определенных значениях величин, от которых она зависит, связан с тем, что ее значение зависит от типа транспортной единицы, а эти типы определенным образом распределены в потоке. Формально свяжем с типом транспортной единицы значение скалярного параметра, принимающим значения  $w \in [0, 1]$ . Будем считать, что если переменная  $z$ , при векторе параметров  $A$

принимает значения в диапазоне  $[z_{\min}(A), z_{\max}(A)]$  соответствии с функцией распределения  $F(z; A)$ , то для VDU типа  $w^*$  эта переменная примет значение  $z^*$ , для которого

$$F(z^*; A) = w^*. \quad (2)$$

Во множестве автомобилей, составляющих моделируемый транспортный поток, для любой его реализации каждый псевдослучайным образом наделяется своим значением переменной  $w$ , исходя из распределения типов ТС в реальном потоке. А при расчете реализации, т.е. при определении совокупности траекторий этих автомобилей, для каждой используемой в модели случайной величины, относящейся к движению того или иного автомобиля ее значение определяется в соответствии с (2).

Таблица 4. Пример статистического распределения временных интервалов при пересечении стоп-линии

Диапазон	Среднее для диапазона	Порядковые номера в кластере	
		4–6	7–14
1–1,5	1,25	0,00	0,05
1,5–2	1,75	0,03	0,07
2–2,5	2,25	0,28	0,30
2,5–3	2,75	0,36	0,28
3–3,5	3,25	0,19	0,14
3,5–4,0	3,75	0,11	0,07
4,0–4,5	4,25	0,06	0,09
<b>В среднем</b>		2,95	2,74

#### 4. Общая логика определения совокупности траекторий автомобилей на перекрестке в течение моделируемого периода

Организация движения на основе схем пофазного разъезда и светофорного регулирования порождает постоянную упорядоченность ТС и их последовательностях на участках маршрута и упорядоченность самих последовательностей. Событие пересечения каждой стоп-линии делит последовательность ТС, проезжающих по маршруту, на однофазные пакеты в зависимости от того, на какой по порядку фазе это событие произошло. Здесь под фазой понимается фаза определенного цикла, на которой произошло событие, или пара таких фаз, если проезд по маршруту допускается на двух фазах подряд. До точки слияния такая группа включает автомобили, которые в порядке появления на входе имеют номера от  $N_1$  до  $N_2$ , следующая – от  $N_2 + 1$  до  $N_3$  и т.д. Порядок проезда конфликтных точек пересечения и слияния определен для целых групп: та, для которой начальный момент ее фазы проезда является более ранним, проезжает конфликтную точку целиком прежде групп с более поздними начальными моментами их фаз. При этом в каждой группе порядок следования ТС по маршруту соответствует порядку их появления на входе маршрута. После точки слияния образуются объединенные последовательности, в которых чередуются однофазные группы сливающихся маршрутов, но внутри этих групп сохраняется прежний порядок.

В связи со сказанным для воспроизведения в модели совокупности траекторий участников дорожного движения должен применяться следующий порядок расчета. Участок траектории отдельного автомобиля определяется либо в зависимости от траектории предшествующего (лидера) при его наличии на достаточно близком расстоянии, либо как траектория свободного движения, причем участок завершается остановкой, если конечный узел заблокирован в момент возможного проезда, либо как траектория с присоединением к лидеру и объединением с ним в один кластер.

Начиная с момента начала первой фазы для моделируемого периода определяются траектории тех ТС, которые находятся на своем маршруте до соответствующей стоп-линии. Траектории всех ТС, начавших движение ранее (в течение последних предшествующих светофорных циклов), считаются определенными от начала проезда перекрестка до момента  $T_0$  начала моделируемого периода или до конца, если они завершили проезд. В силу этого определена принадлежность каждого такого ТС к определенным однофазным группам на своем маршруте. Также для каждой однофазной группы, полностью проехавшей конфликтную точку на своем маршруте, определен момент ее разблокировки для следующей группы на потенциально конфликтующем с ним маршруте.

С учетом сказанного траектории всех ТС, находящихся к моменту  $T_0$  на своих маршрутах после последнего узла типа точки слияния или стоп-линии, однозначно определяются до конца по траекториям своих предшественников. Для тех ТС, которые находятся на своем маршруте перед такой точкой, заключительная часть маршрута определяется в зависимости от того, в какой ситуации они находятся. Если эта последняя точка – стоп-линия, момент ее пересечения определяется в зависимости от того, заблокирована ли она к моменту  $T_0$ . Если она не заблокирована, то, начиная с первого ТС перед ней, на основе траекторий предшественников и момента включения красного света последовательно определяется, успевают ли очередные ТС пересечь ее до этого момента. В зависимости от этого, оно присоединяется к формирующейся однофазной группе либо останавливается перед стоп-линией. Если же стоп-линия заблокирована, проезд следующего участка начинается с момента ее разблокирования. Таким образом, для всех маршрутов с последними стоп-линиями, не заблокированными к моменту  $T_0$ , завершающие участки траекторий ТС, пересекающих эти стоп-линии в начале периода, последовательно определяются по траекториям их лидеров, независимо от движения ТС по прочим маршрутам. Точнее говоря, зависимость от траекторий предшественников на других маршрутах может быть, но сводится к моментам разблокировки точек пересечения на маршруте, – но эти моменты уже известны к моменту  $T_0$ , поскольку блокирующие последовательности начали движение раньше и завершили его к моменту  $T_0$ .

Если же последняя *ключевая* точка на маршруте – точка слияния, то при определении участков траекторий автомобилей по сливающимся маршрутам между предшествующей стоп-линией и этой точкой начинаем расчет по тому маршруту, для которого стоп-линия разблокирована (для ТС, еще не проехавших эту точку слияния) раньше, чем для других. В этом случае упомянутые ТС принадлежат к однофазной группе, проезжающей точку слияния раньше, чем по другим маршрутам. Завершающие участки траекторий всех этих ТС, включая, возможно, пересечение предшествующей стоп-линии, определяются последовательно от конца их последовательности к началу независимо от движения ТС по прочим маршрутам. А далее определяются траектории ТС по другим сливающимся маршрутам в порядке разблокировки предшествующих стоп-линий.

Таким образом, определяются завершающие участки траекторий всех этих ТС, находившихся к моменту  $T_0$  на последних участках своих маршрутов, причем определяются в соответствии с порядком начальных моментов фаз, к группам которых они относятся. Это позволяет перейти к определению траекторий ТС, находившихся к моменту  $T_0$  на предшествующей стадии своей траектории, причем для их вычисления достаточно знать определенные выше траектории предшественников на их маршрутах и моменты разблокировки конфликтных точек на предшествующих фазах. Если для некоторых маршрутов эта стадия не является первой, аналогично выполняем вычисления для ТС на предшествующей стадии и так далее до начала маршрута. Таким образом, двигаясь по каждому маршруту вспять от конца к началу, определяем траектории всех ТС, находившихся на нем к моменту  $T_0$ .

Траектории вновь прибывающих ТС определяются в порядке их появления на входе *по стадиям*, устанавливая в соответствии с моментами переключения светофоров разделение последовательности на однофазные группы.

В настоящей работе рассматривается построение и использование математической модели дорожного движения в области перекрестка, исходя из цели краткосрочного прогнозирования локальной дорожной обстановки (с учетом случайных факторов) и влияния на нее системы управления. Лишь при отсутствии взаимодействия между потоками на различных маршрутах для системы управления достаточно ограничиться воздействием регулирования на групповое поведение участников дорожного движения. Здесь рассматривается более общий и наиболее распространенный случай, когда при существующей схеме пофазного разъезда отсутствуют точки одновременного слияния потоков по двум маршрутам, но некоторые точки пересечения и слияния, а также выездные дороги проезжаются по разным маршрутам на двух последовательных фазах. В этом случае между проездом двух цепочек автомобилей по таким маршрутам отсутствует временной промежуток продолжительностью в целую фазу, а значит, возникают условия для нерегулярной, случайной задержки второй пачки до окончания проезда первой. Это приводит к замедлению движения второй пачки вплоть до остановки. Наиболее типична задержка на начальном участке выходной дороги, при которой происходит не остановка, а замедление движения и слияние кластеров.

Таким образом, в рассматриваемых случаях тем или иным способом нужно учесть индивидуальное поведение ТС, затронутое этим взаимодействием, и уже на его основании определять количественные характеристики транспортных потоков на маршрутах. Траектории отдельных автомобилей через зону перекрестка в дискретном представлении, т.е. в привязке всех переменных к узлам маршрута – это

самый низкий рассматриваемый здесь уровень детализации транспортного потока по направлениям [11]. Процесс дорожного движения через рассматриваемый фрагмент городской дорожной сети и, в частности, через область регулируемого перекрестка, в модели дорожного движения представляется в виде системы взаимосвязанных событий, большинство которых составляют события проезда узлов маршрутов всеми транспортными средствами, участвующими в дорожном движении. Необходимо рассматривать также события, относящиеся к действию системы управления (переключения светофоров) и динамике кластеров. Первые при определенном сценарии либо заданы, либо определяются по выбранному методу регулирования на основе динамики последовательностей ТС. Последняя же простым образом выводится из дискретных траекторий (целых или частичных) отдельных ТС последовательностей.

Эта система событий и характеризующих их переменных представляет собой случайный процесс, в котором: набор событий не фиксирован и отличается для разных реализаций процесса; а значения переменных каждого события, являющиеся случайными величинами, определяются через вероятностные зависимости от переменных, относящихся к влияющим на них событиям. При этом, однако, для каждой реализации случайного процесса однозначно определяется, от каких событий зависит конкретное событие и циклические зависимости отсутствуют.

## 5. Выводы

В работе развивается ранее введенный способ моделирования дорожного движения на локальном пространственном и временном уровне как случайного процесса. Систематически рассматриваются взаимозависимости между проездом транспортных средств через конфликтные точки пересечения и слияния и на выходных дорогах с учетом пространственно-временной структуры транспортного потока. Предлагаемый подход, ранее представленный для перекрестков произвольной структуры без внутренних стоп-линий, распространен и на случай многосекционных перекрестков.

Для представления неопределенности движения транспортных потоков в модели определяется набор статистических зависимостей, как для свободного движения и движения головных ТС кластеров, так и для взаимосвязей в движении лидера и преследователя, входящих в один кластер. Исследование дорожного движения на многосекционном перекрестке требует использования дополнительных, ранее не рассматривавшихся зависимостей. Их перечень сформулирован в работе. При выполнении имитационного моделирования предлагается использовать сформулированный ранее универсальный способ интерпретации применения таких зависимостей, выражающий существующее распределение различных типов транспортных единиц в транспортном потоке. Применение на регулярной основе имитационного моделирования позволяет развить опыт выбора и обоснования способов светофорного регулирования на основе принципов автоматического управления, полученный ранее [15] для более простых условий. Это позволяет проводить комплексное исследование различных возможностей структурно-параметрического управления перекрестком сложной структуры для выработки рекомендаций по его осуществлению для конкретных условий.

## Литература

1. *Treiber M., Kesting A.* Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. – xiii+504 p.
2. *Yashina M.V., Tatashev A.G., Dotkulova A.S., Susoev N.P.* Accounting psycho-physiological types of drivers in the deterministic-stochastic traffic model // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – IEEE, 2019. – P. 1–4.
3. *Живоглядов В.Г.* Теория движения транспортных и пешеходных потоков. Ростов н/Д: Известия вузов Сев.-Кавк. региона, 2005. – 1082 с.
4. *Андронов Р.В., Леверенц Е.Э.* Статистическое моделирование работы регулируемых пересечений: монография / Р.В. Андронов, – Тюмень: ТИУ, 2025. – 160 с.
5. *Babicheva T.S.* The use of queuing theory at research and optimization of traffic on the signal-controlled road intersections // Procedia Computer Science. – 2015. – Vol. 55. – P. 469–478.
6. *Kamran M.A., Ramezani H., Masoumzadeh S., Nikkhoo F.* Traffic light signal timing using simulation // Communications on Advanced Computational Science with Applications. – 2017. – Vol. 1, № 1. – P. 1–11.
7. *Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В.* Математические модели транспортных систем, основанные на теории очередей // Труды МФТИ. – 2010. – Т. 2, № 4 (8). – С. 6–21.
8. *Danilevičius A., Bogdevičius M.* Investigation of traffic light switching period affect for traffic flow dynamic processes using discrete model of traffic flow // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 187. – P. 198–205.
9. *Derai S., Ghouh R.H.* Control isolated intersections with hybrid Petri nets and hybrid automaton // EEA – Electrotehnica, Electronica, Automatica. – 2017. – Vol. 65, № 3.

10. *Valuev A.M.* Computer Simulation of a Stochastic Traffic Flow through an Intersection Based on Monitoring Data // 2023 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2023, Art. 10303834. – P. 1–5.
11. *Valuev A.M.* Model of Stochastic Traffic Flow through an Intersection with Representation of Cluster Interaction // 2024 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Vyborg, Russian Federation, 2024. – IEEE Xplore Digital Library, 2024, Art. 10617777. – P. 1–10
12. *Kerner B.S., Klenov S.L.* Spatial–temporal patterns in heterogeneous traffic flow with a variety of driver behavioural characteristics and vehicle parameters // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 2004. –Vol. 37, № 37. – P. 8753–8788.
13. *Valuev A.M.* Microscopic Modeling of Traffic through an Intersection via a Hybrid System with Recursive Links // 2022 15th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2022, Art. 9934133. – P. 1–5.
14. Тема 6–13. Исследование динамических процессов в механических системах и обеспечение их эффективной работоспособности: отчет о НИР/НИОКР (промежуточный; номер гранта (контракта): FFGU-2024-0018). Книга 2 – М.: Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, 2024 / Соловьев В.О., Соловьев А.А., Валуев А.М., Кельнер М.С., Минаев А.Я., Саяпин С.Н., Статников И.Н. –138 с. Номер государственной регистрации: 225030312564-1.
15. *Solovyev A.A., Valuev A.M.* A New Approach to the Application of Automatic Control Methods to Signalized Intersections of Urban Roads // 2023 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). IEEE Xplore Digital Library, 2023, Art. 10303839. – P. 1–5.