

ОПТИМИЗАЦИЯ СУБСИДИЙ ПРИ ЗАПУСКЕ ЦИФРОВЫХ ПЛАТФОРМ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

Болдырев М.В.

Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия
m@boldyrev.ru

Аннотация. Запуск маркетплейсов сопровождается проблемой «курицы и яйца», когда низкая численность одной стороны снижает ценность платформы для другой. В статье предложена модель оптимального распределения субсидий для минимизации затрат на достижение критической массы и запуск сетевых эффектов платформы.

Ключевые слова: платформенная экономика, маркетплейс, агрегатор, двусторонняя платформа, сетевые эффекты, проблема курицы и яйца, субсидирование, инвестиционные решения, оптимизация.

Введение

Двусторонние платформы, такие как маркетплейсы и агрегаторы, стали ключевыми участниками современной цифровой экономики, трансформируя традиционные цепочки создания стоимости и принципы взаимодействия на рынках [1, 2]. Их функционирование основано на сетевых эффектах, при которых ценность платформы для одного участника зависит от числа пользователей противоположной стороны [3, 4]. Такая взаимозависимость порождает классическую проблему запуска – «дилемму курицы и яйца», когда ни одна сторона не желает присоединиться к платформе в отсутствие достаточного количества контрагентов [5, 8].

Для преодоления этого порога платформы используют стратегическое субсидирование одной или обеих сторон рынка. Примеры таких подходов включают полное или частичное покрытие издержек для более чувствительной к цене стороны (например, покупателей), предоставление бонусов новым пользователям или стимулирование предложения через гарантии минимального спроса [1, 7]. Как показано в ряде теоретических и эмпирических исследований, такие меры позволяют достигнуть критической массы пользователей и инициировать рост платформы за счёт положительных обратных связей [9, 10].

Тем не менее, несмотря на широкую распространённость практик субсидирования в платформенном бизнесе, в академической литературе остаётся недостаточно проработанным вопрос оптимального распределения инвестиционного бюджета между сторонами платформы при её запуске. Существующие модели, в основном, фокусируются на ценообразовании в условиях равновесия [6, 7] или анализируют устойчивость уже функционирующих платформ [11], не отвечая на вопрос: какое минимальное распределение ресурсов необходимо, чтобы вывести платформу из неустойчивого состояния к точке саморазвития?

Цель статьи – восполнить этот пробел путём построения математической модели оптимального распределения субсидий между пользователями двусторонней платформы при её запуске. В работе формализуются функции полезности пользователей, учитывающие перекрёстные сетевые эффекты, вводятся условия участия и определяется критическая масса для каждой стороны. На основе этих зависимостей формулируется задача минимизации совокупных затрат на привлечение пользователей с обеих сторон при условии выхода платформы на траекторию устойчивого роста. Проведённое численное моделирование позволяет выявить оптимальные стратегии распределения бюджета и сформулировать практические рекомендации для инвесторов и проектных команд, планирующих запуск цифровых маркетплейсов.

Отметим, что многие фундаментальные вопросы, связанные с описанием и моделированием сетевых эффектов в платформенных бизнес-моделях, были подробно рассмотрены автором ранее [12]. В настоящей статье основной акцент сделан именно на оптимальном инвестиционном распределении при запуске двусторонних платформ, а уже исследованные ранее принципы сетевого взаимодействия пользователей служат отправной точкой для разработки математической модели и её анализа.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача запуска цифровой двусторонней платформы (например, маркетплейса), на которой взаимодействуют две группы пользователей: продавцы и покупатели. Проблема старта платформы обусловлена эффектом низкой начальной ценности: при малом числе пользователей с каждой стороны ценность платформы для участников оказывается недостаточной. Это связано с

наличием перекрёстных положительных сетевых эффектов – ценность платформы для одного участника возрастает с увеличением числа контрагентов с другой стороны [1, 3, 6].

Пусть N_S – число продавцов, привлечённых на платформу, а N_B – число покупателей. Обозначим функции полезности:

$$U_B = U_B(N_S), \quad U_S = U_S(N_B),$$

где U_B – полезность покупателя, зависящая от числа продавцов, а U_S – полезность продавца, зависящая от числа покупателей. Эти функции возрастающие, но обладают эффектом насыщения, моделируемым, например, с помощью экспоненциальных кривых [4, 7].

Для привлечения пользователей на раннем этапе платформа предлагает субсидии: S_B – средняя субсидия одному покупателю, S_S – одному продавцу. Условие участия пользователя формулируется как:

$$U_B(N_S) + S_B \geq U_{min}^B, \quad U_S(N_B) + S_S \geq U_{min}^S, \quad (1)$$

где U_{min}^B и U_{min}^S – минимальные пороговые значения полезности, при которых пользователь решает присоединиться к платформе. Тогда минимально необходимые субсидии равны:

$$S_B = \max\{0, U_{min}^B - U_B(N_S)\}, \quad S_S = \max\{0, U_{min}^S - U_S(N_B)\}. \quad (2)$$

Пусть B_B – совокупный объём субсидий покупателям, B_S – субсидий продавцам (в более широкой трактовке сюда могут быть включены и маркетинговые расходы на привлечение, САС). Тогда:

$$B_B = N_B \cdot S_B, \quad B_S = N_S \cdot S_S, \quad B_{tot} = B_B + B_S. \quad (3)$$

Цель платформы – минимизировать общий объём инвестиций $B_{tot} = B^B + B^S$, необходимый для достижения критической массы:

$$\min_{\{N_B, N_S\}} B_{tot} = N_B \cdot S_B + N_S \cdot S_S \quad (4)$$

при условиях (1), гарантирующих, что обе стороны достигнут такой численности, при которой дальнейшее участие становится выгодным без дополнительных субсидий. Таким образом, критическая масса определяется как:

$$U_B(N_S^*) = U_{min}^B, \quad U_S(N_B^*) = U_{min}^S, \quad (5)$$

где N_S^* и N_B^* – минимальные значения численности продавцов и покупателей, при которых выполняются условия участия обеих сторон и система достигает устойчивого равновесия; ниже этих значений платформа остаётся в неустойчивом состоянии, тогда как их превышение обеспечивает самоподдерживающийся рост [10].

Альтернативно, можно ввести параметр распределения бюджета $\alpha \in [0,1]$, отражающий долю бюджета, направленную на покупателей:

$$B_B = \alpha \cdot B_{tot}, \quad B_S = (1 - \alpha) \cdot B_{tot}. \quad (6)$$

Тогда задача сводится к поиску оптимального α^* , минимизирующего суммарные затраты при выполнении условий участия:

$$\min_{\alpha \in [0,1]} B_{tot}(\alpha). \quad (7)$$

Таким образом, модель включает:

- перекрёстные сетевые зависимости $U_B(N_S)$ и $U_S(N_B)$;
- пороговые условия участия (1);
- инвестиционную функцию (3);
- целевую функцию оптимизации (4) или (7) при альтернативной постановке.

Решение задачи позволяет определить оптимальное распределение ограниченного бюджета между двумя сторонами платформы, минимизируя затраты на запуск при обеспечении условий устойчивого роста [2, 5, 8].

2. Математическая модель

В предыдущем разделе сформулирована задача минимизации общего бюджета субсидирования при запуске платформы. Далее приводятся аналитические свойства и интерпретации введённых функций, а также графическая иллюстрация сетевых зависимостей.

Функции полезности $U_B(N_S)$ и $U_S(N_B)$, заданы в виде экспоненциально-насыщающихся кривых, которые описывают типичную нелинейную динамику сетевых эффектов. При малом числе участников противоположной стороны полезность стремится к нулю, а затем ускоренно растёт до насыщения:

$$U_B(N_S) = U_{max}^B \cdot (1 - e^{-\beta_B N_S}), \quad U_S(N_B) = U_{max}^S \cdot (1 - e^{-\beta_S N_B}), \quad (8)$$

где U_{max}^B, U_{max}^S – максимальная полезность платформы для покупателей и продавцов, β_B, β_S – коэффициенты сетевого эффекта (чувствительности).

Поведение этих функций иллюстрируется на рис. 1. Отмечен порог U_{min}^B , выше которого покупатель начинает участвовать без субсидий. Область ниже этого порога требует компенсации ценности через S_B .

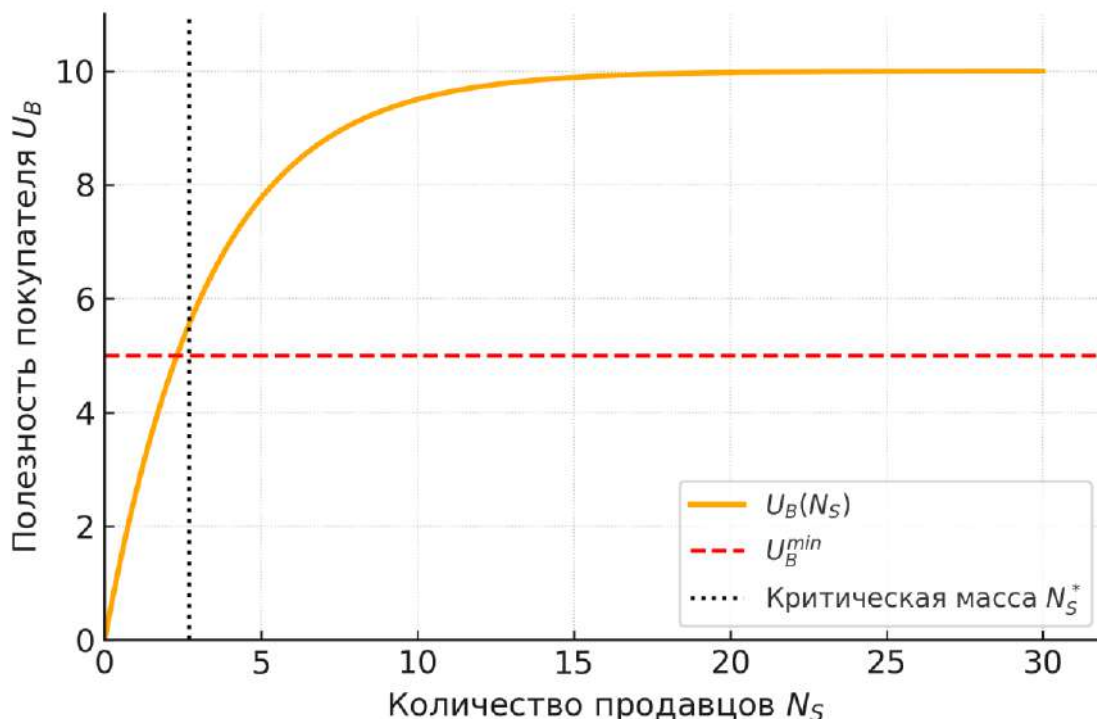


Рис. 1. Кривая полезности $U_B(N_S)$ и порог участия U_{min}^B

Чем выше параметр β_B , тем быстрее нарастает полезность с ростом N_S , тем сильнее сетевой эффект. Это влияет на эффективность субсидирования: при высоком β достаточно привлечь несколько пользователей, чтобы ценность платформы существенно возросла.

Рассматривается также альтернативная параметризация через долю $\alpha \in [0,1]$ общего бюджета B_{tot} , направленного на покупателей. На практике это означает, что стратегия может быть выражена как комбинация двух инструментов:

- стимулирование покупателей (через S_B),
- стимулирование продавцов (через S_S).

График зависимости общего бюджета от параметра α при прочих равных условиях имеет вогнутую форму (рис. 2). В точке минимума α^* достигается оптимальное соотношение между вложениями в разные стороны платформы. При значениях $\alpha \rightarrow 0$ или $\alpha \rightarrow 1$ затраты возрастают – из-за «перекоса» и недостатка сетевого эффекта на одной из сторон.

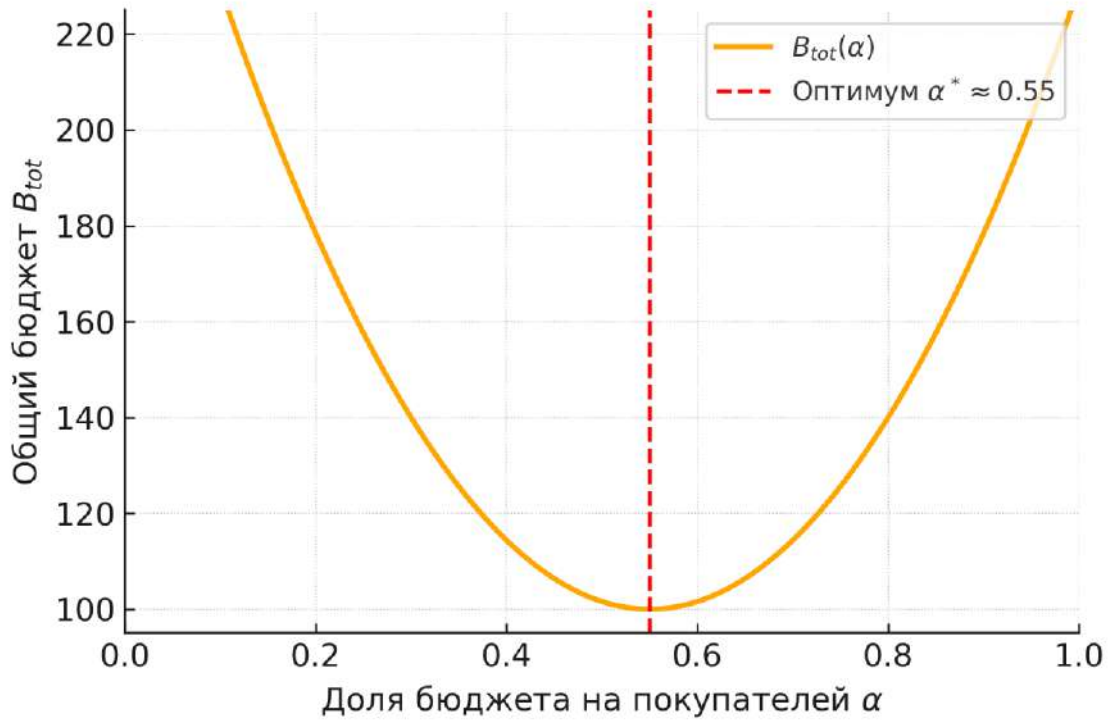


Рис. 2. Зависимость общего бюджета $B_{tot}(\alpha)$ от доли бюджета, направленного на покупателя

При наличии априорной информации о чувствительности сторон (β_B , β_S) и их порогах участия (U_{min}^B , U_{min}^S), платформа может заранее вычислить критические значения N_B^* и N_S^* , при которых возможно устойчивое развитие без дальнейшего субсидирования.

Для анализа чувствительности решения по α к параметрам модели может быть введена производная общего бюджета по α :

$$\frac{dB_{tot}}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} [\alpha \cdot B_{tot}^{(B)} + (1 - \alpha) \cdot B_{tot}^{(S)}], \quad (9)$$

где $B_{tot}^{(B)}$ и $B_{tot}^{(S)}$ – затраты на достижение U_{min} по каждой стороне при изолированном субсидировании. Эта формула позволяет численно искать минимум по α при заданных значениях функций U_B , U_S и их параметров.

Таким образом, модель описывает нелинейную динамику взаимодействия между группами пользователей и даёт формальный критерий оптимального распределения ограниченного инвестиционного ресурса. В следующем разделе представлены численные результаты моделирования.

3. Результаты моделирования

В первом наборе результатов демонстрируется динамика роста числа пользователей при различном распределении субсидий. Например, рис. 3 показывает эволюцию количества продавцов $N_S(t)$ и покупателей $N_B(t)$ во времени (на горизонтальной оси – условный дискретный шаг привлечения пользователей, на вертикальной – число пользователей). Показаны пары кривых для разных стратегий субсидирования: оптимального распределения инвестиций (сплошные линии), перекоса инвестиций в сторону продавцов (пунктирные линии) и недостаточного инвестирования (точечные линии). Кривые при оптимальной стратегии имеют характерную S-образную форму: начальный медленный рост сменяется резким взлётом после преодоления порога, а затем наступает насыщение на высоком уровне пользователей. Напротив, при перекосе средств на одну сторону рост второй стороны существенно затормаживается, а при недостаточном бюджете платформа не запускается вовсе, оставаясь в зоне низкой активности.

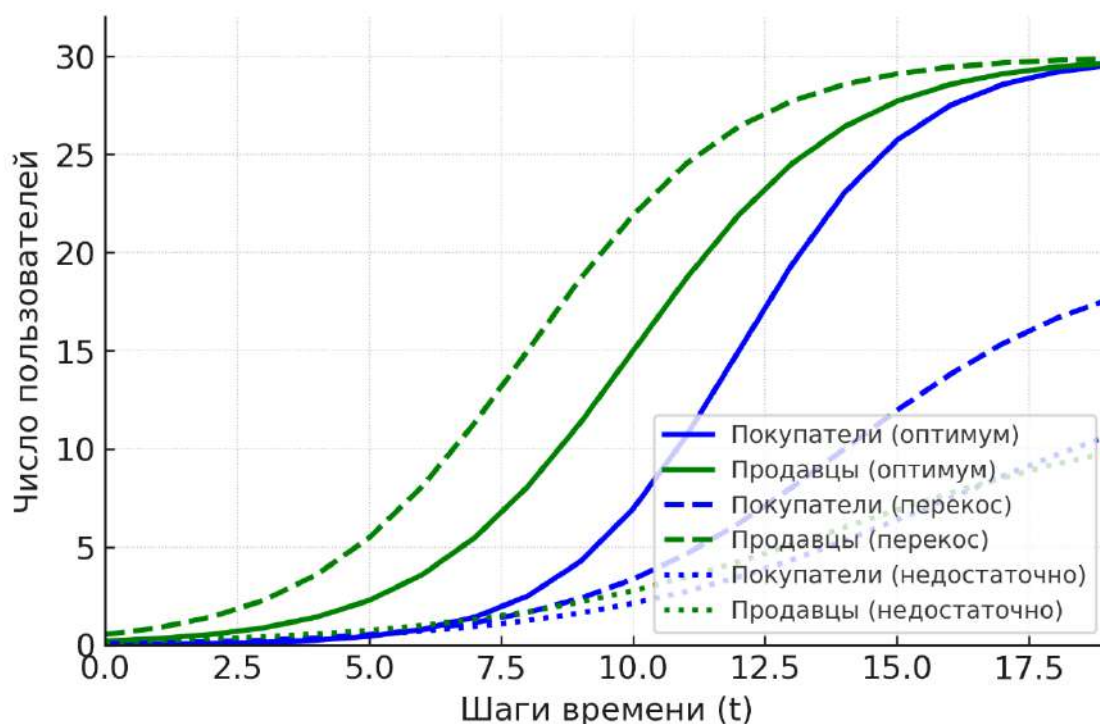


Рис. 3. Рост $N_S(t)$ и $N_B(t)$ при разных стратегиях субсидирования: сплошные линии – оптимальное распределение; пунктирные – перекос в сторону продавцов; точечные – недостаточное финансирование

Как уже показано на рис. 2, общий бюджет B_{tot} принимает минимальное значение при некотором внутреннем значении α^* , отличном от крайних значений 0 или 1. Это указывает на то, что полное субсидирование только одной стороны (например, только продавцов или только покупателей) приводит к неэффективному использованию бюджета. Такая стратегия либо не позволяет достичь нужного уровня полезности для второй стороны, либо требует чрезмерных затрат на поддержание роста. Оптимальная стратегия – это сбалансированное, но не обязательно равное распределение бюджета, при котором обе стороны достигают порога участия за наименьшие суммарные инвестиции.

Проведённый анализ также показывает, что положение минимума на кривой $B_{tot}(\alpha)$ чувствительно к параметрам модели:

- При высоком β_B – сетевой эффект у покупателей срабатывает быстрее, и оптимальное значение α^* снижается;
- При высоком U_{min}^S – продавцы менее склонны к участию, и α^* смещается в их сторону (меньше средств покупателям);
- При низком $U_{S,max}$ или высокой чувствительности продавцов к числу покупателей может быть выгоднее сосредоточить субсидии на привлечении покупателей, создавая ценность для продавцов косвенным образом.

В таблице 1 представлены результаты численного моделирования для пяти различных стратегий субсидирования (разных значений α от 0 до 1 с шагом 0,25). Для каждой стратегии указаны:

- достигнутое число продавцов N_S и покупателей N_B ;
- общий затраченный бюджет B_{tot} ;
- достигнуты ли условия $U_B \geq U_{min}^B$, $U_S \geq U_{min}^S$ без дальнейших субсидий (да/нет);
- средняя стоимость привлечения одного активного пользователя.

Для численного моделирования использованы условные параметры: $U_{min}^B = 5$, $U_{min}^S = 5$, $U_{max}^B = 30$, $U_{max}^S = 30$, $\beta_B = \beta_S = 0,6$.

Эти параметры выбраны симметричными и условными для демонстрации качественных закономерностей: минимальная полезность участия пользователей (U_{min}^B , U_{min}^S) принята равной 5; максимальная полезность (U_{max}^B , U_{max}^S) ограничена уровнем 30; коэффициенты чувствительности сетевого эффекта β_B и β_S заданы равными 0,6. Численный расчёт проводился методом итеративного

поиска: для фиксированного значения α вычислялись необходимые субсидии по каждой стороне и общий бюджет B_{tot} ; далее проверялось выполнение условий участия без дальнейших субсидий.

Таблица 1. Результаты моделирования при разных долях бюджета на покупателей α

Доля бюджета, α	Число продавцов, N_S	Число покупателей, N_B	Общий бюджет, B_{tot}	Успешный запуск	Затраты на 1 активного
0,00	20	5	180	Нет	9,00
0,25	22	18	125	Нет	3,91
0,5	25	25	100	Да	2,00
0,75	18	30	115	Нет	3,29
1,00	5	28	165	Нет	5,89

Как видно из таблицы, только при $\alpha = 0,5$ достигнут устойчивый запуск платформы при минимальных затратах. Все прочие стратегии либо не обеспечили роста, либо оказались более дорогими. Это наглядно подтверждает основной результат модели – наличие внутреннего минимума общей стоимости и важность балансировки стимулирования двух сторон.

Данные в таблице и на графиках приведены в относительных единицах (бюджет – в отн. ед., численности – в условных пользователях), поскольку целью эксперимента является демонстрация качественных закономерностей, а не прогнозирование по реальным бизнес-метрикам. Модель применима для предварительного стратегического планирования и может быть адаптирована под конкретные значения на практике.

4. Интерпретация результатов

В этом разделе обсуждаются полученные результаты с позиций экономической интуиции и теории двусторонних платформ. Во-первых, подтверждается вывод о том, что сбалансированное субсидирование обеих сторон платформы является наилучшей стратегией при запуске маркетплейсов [1, 2, 6]. Экономическая интуиция данного результата объясняется тем, что ценность платформы реализуется только при наличии достаточного количества участников обеих сторон, поскольку именно в этом случае срабатывают полноценные сетевые эффекты [3, 4]. Дисбаланс инвестиций приводит к ситуации «узкого места», когда избыточные вложения в одну сторону оказываются неэффективными, так как ценность платформы для пользователей другой стороны остаётся низкой.

Полученное оптимальное значение доли бюджета α^* , направленного на покупателей, чётко указывает, какая сторона платформы требует большего внимания в конкретных условиях. Например, если оптимальное $\alpha^* > 0,5$, это означает, что покупатели более чувствительны к субсидиям и платформе следует выделять им большую часть бюджета. Обратно, при $\alpha^* < 0,5$ экономически оправдан больший акцент на привлечение продавцов, так как именно их наличие создаёт значимую ценность для покупателей. Данные выводы согласуются с классической экономической теорией двусторонних рынков, где платформы зачастую субсидируют наиболее чувствительную к цене сторону и монетизируют противоположную [5, 8].

Дополнительно проведённый анализ чувствительности решения (см. таблицу 1 и рис. 2) к параметрам модели ($\beta_B, \beta_S, U_{min}^B, U_{min}^S$) показывает, как сила сетевых эффектов и требования пользователей влияют на стратегию оптимального субсидирования. Например, при большем значении β_B полезность покупателей возрастает быстрее, и платформа может позволить себе меньшие инвестиции в покупателей. Наоборот, при высоком пороге полезности продавцов (U_{min}^S) оптимальное значение α^* смещается в сторону продавцов, так как их привлечение требует больших усилий.

Отдельно следует подчеркнуть феномен критической массы участников. Как показано на рис. 3, ниже пороговых значений (N_B^*, N_S^*) платформа находится в неустойчивом равновесии, при котором пользовательская база не растёт и со временем сокращается. Превышение этих значений обеспечивает переход системы в устойчивое состояние и запуск самоподдерживающегося роста за счёт сетевых эффектов [10]. С практической точки зрения это означает необходимость выделения достаточного

бюджета, чтобы преодолеть критический барьер; частичное или недостаточное финансирование (см. точечные линии на рис. 3) приводит к неэффективным затратам без последующего развития платформы.

Представленные результаты моделирования подтверждаются эмпирическими примерами из практики цифровых платформ. В частности, известен случай компании Airbnb [1], где одновременно стимулировались и покупатели (путешественники), и продавцы (владельцы недвижимости), что позволило успешно запустить платформу и добиться значительного роста. Другой известный пример – игровые консоли [2], где игроки (геймеры) первоначально полностью субсидировались низкой ценой консоли, а прибыль платформа получала с разработчиков игр. Аналогичные проблемы соотношения роста и устойчивости рассматриваются также в работе О.И. Дранко [13], посвящённой быстрорастущим организациям в России.

Таким образом, важным практическим выводом из проведённого анализа является необходимость тщательного определения «узких мест» и точного подбора баланса субсидий для сторон. Это позволит минимизировать затраты и обеспечить запуск устойчивых сетевых эффектов, гарантируя платформе успешный старт и дальнейший рост.

5. Заключение

В статье была предложена математическая модель, позволяющая оптимизировать распределение инвестиционного бюджета на этапе запуска двусторонней цифровой платформы (маркетплейса или агрегатора). Основное внимание уделялось проблеме «курицы и яйца», типичной для платформенных бизнес-моделей, когда низкое число пользователей одной стороны ограничивает привлекательность платформы для другой стороны, препятствуя возникновению устойчивых сетевых эффектов.

Результаты численного моделирования подтвердили гипотезу о существовании оптимального распределения бюджета между двумя группами пользователей, при котором достигается минимальный общий объём субсидий, необходимый для успешного запуска платформы. Показано, что полное субсидирование только одной стороны платформы ведёт к неэффективному использованию средств, а равномерное или близкое к равномерному распределение инвестиций обеспечивает наилучшие результаты. При этом оптимальное соотношение зависит от чувствительности пользователей к наличию контрагентов и пороговых значений полезности, необходимых для вступления на платформу.

Ключевым практическим выводом является важность достижения критической массы пользователей на обеих сторонах платформы одновременно. Недостаточное инвестирование или чрезмерный перекос финансирования одной из сторон не позволяет преодолеть начальный барьер и запустить положительный цикл роста платформы. Предложенная в статье модель даёт возможность получить оценочные значения минимального объёма инвестиций, а также оптимальную структуру распределения субсидий, необходимые для достижения критической массы. Следовательно, инвесторам и руководителям цифровых платформ рекомендуется использовать эту модель для предварительной оценки затрат и планирования сбалансированного запуска двусторонних платформ, с учётом чувствительности и требований каждой группы пользователей.

Полученные результаты согласуются с существующей теоретической литературой и подтверждаются успешными практиками мировых платформенных компаний. Предложенная модель может быть использована как инструмент предварительного стратегического анализа при запуске новых платформенных проектов в условиях ограниченного бюджета и неопределённости начального спроса. В перспективе дальнейшие исследования могут быть направлены на учёт динамических аспектов запуска платформы и более сложных форм взаимодействия между участниками.

Литература

1. *Parker G.G., Van Alstyne M.W., Choudary S.P.* Platform Revolution: How Networked Markets are Transforming the Economy – and How to Make Them Work for You. – New York: W.W. Norton & Company, 2016. – 352 p. – ISBN 978-0393249132.
2. *Evans D.S., Schmalensee R.* Matchmakers: The New Economics of Multisided Platforms. – Boston: Harvard Business Review Press, 2016. – 272 p. – ISBN 978-1633691728.
3. *Cusumano M.A., Gawer A., Yoffie D.B.* The Business of Platforms: Strategy in the Age of Digital Competition, Innovation, and Power. – New York: Harper Business, 2019. – 304 p. – ISBN 978-0062896322.
4. *Eisenmann T.R., Parker G., Van Alstyne M.W.* Strategies for Two-Sided Markets // Harvard Business Review. – 2006. – Vol. 84, № 10. – P. 92–101.

5. *Katz M.L., Shapiro C.* Network Externalities, Competition, and Compatibility // *American Economic Review*. – 1985. – Vol. 75, № 3. – P. 424–440. – DOI: 10.1257/aer.75.3.424.
6. *Rochet J.-C., Tirole J.* Platform Competition in Two-Sided Markets // *Journal of the European Economic Association*. – 2003. – Vol. 1, № 4. – P. 990–1029. – DOI: 10.1162/154247603322493212.
7. *Armstrong M.* Competition in Two-Sided Markets // *RAND Journal of Economics*. – 2006. – Vol. 37, № 3. – P. 668–691. – DOI: 10.1111/j.1756-2171.2006.tb00037.x.
8. *Caillaud B., Jullien B.* Chicken & Egg: Competition among Intermediation Service Providers // *RAND Journal of Economics*. – 2003. – Vol. 34, № 2. – P. 309–328. – DOI: 10.2307/1593720.
9. *Rysman M.* The Economics of Two-Sided Markets // *Journal of Economic Perspectives*. – 2009. – Vol. 23, № 3. – P. 125–143. – DOI: 10.1257/jep.23.3.125.
10. *Evans D.S., Schmalensee R.* Failure to Launch: Critical Mass in Platform Businesses // *Review of Network Economics*. – 2010. – Vol. 9, № 4. – P. 1–28. – DOI: 10.2202/1446-9022.1256.
11. *Lin M., Wu R., Zhou W.* Platform Subsidy with Endogenous Network Effects // *SSRN Electronic Journal*. – 2014. – DOI: 10.2139/ssrn.2426033.
12. *Болдырев М.В., Абаев А.Л.* Моделирование сетевых эффектов в платформенных бизнес-моделях // *Экономические системы*. – 2025. – Том 18, № 2. – С. 42–58. DOI: 10.29030/2309-2076-2025-18-2-42-58.
13. *Дранко О.И.* Fast-Growing Organizations in Russia: Growth versus Sustainability // *Proceedings of the 16th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD 2023)*. – Moscow, Russia: IEEE, 2023. – DOI: 10.13140/RG.2.2.22892.64647.